Программа курса
«Дополнительные главы теории вероятностей», часть 1

лектор — А.М.Зубков, МГУ, мехмат, 5 семестр, 2017 г.

1. Условные математические ожидания и их свойства.

2. Условные распределения: определение, пример для двумерного нормального распределения.

3. Производящие функции и их основные свойства, лемма о факториальных моментах.

4. Применения производящих функций: формула включения-исключения, неравенства Бонферрони. Двусторонние оценки для вероятности объединения событий в терминах определителей из моментов.

5. Теорема непрерывности для производящих функций. Теорема Пуассона для сумм независимых индикаторов.

6. Метод моментов. Применение к предельному распределению числа пустых ячеек в равновероятной схеме размещения частиц по ячейкам.

7. Предельная теорема для числа ячеек с заданным заполнением в неравновероятной полиномиальной схеме (левая область).

8. Предельная теорема Б.А.Севастьянова для сумм индикаторов.

9. Предельная теорема для числа ячеек с заданным заполнением в неравновероятной полиномиальной схеме (правая область).

10. Центральная предельная теорема для числа пустых ячеек в равновероятной схеме размещения частиц по ячейкам.

11. Длина отрезка апериодичности случайного отображения конечного множества. Применения к методу Полларда факторизации целых чисел.

12. Расстояние по вариации между распределениями: определения и основные свойства. Уточнение теоремы Пуассона.

13. Оценки расстояния по вариации между схемами выбора с возвращением и без возвращения.

14. Многомерные нормальные распределения. Лемма о проекции нормального распределения на гиперплоскость. Предельная теорема для статистики Пирсона.

15. Неравенства Хефдинга и Хефдинга–Азумы.

16. Теорема об асимптотике вероятностей больших уклонений для сумм независимых случайных величин.

17. Центральная предельная теорема для мартингалов.

18. Теорема о числе высоковероятных цепочек в последовательности независимых знаков конечного алфавита.

19. Энтропия распределения вероятностей и ее свойства.

20. Теоремы непрерывности для функций от случайных величин.

21. Метод Чена–Стейна доказательства слабой сходимости сумм индикаторов к распределению Пуассона.