Магнитные свойства магнитной жидкости

Механико-математический факультет МГУ
Кафедра гидромеханики

2010 г.

Цель работы

Экспериментально определить начальную магнитную восприимчивость магнитной жидкости.

Введение

Магнитная жидкость представляет собой коллоидный раствор частиц ферромагнетика (как правило, это Fe, Co, Ni, Fe_3O_4) в немагнитной жидкости. В жидкости-носителе (например, керосин) при помощи химических реакций выращивают кристаллы ферромагнетика до размеров крупных полимерных молекул (диаметр частицы ~ 100Å или 10^{-6} см). Частицы покрыты оболочкой из поверхностно-активного вещества, которая препятствует слипанию частиц ферромагнетика в жидкости и дальнейшему выпадению их в осадок. ПАВ (поверхностно активное вещество) - это вещество, которое "садится" на поверхность раздела двух сред и не дает частицам слипаться . Большая устойчивость раствора к расслоению обеспечивается тепловым броуновским движением. Типичным примером магнитной жидкости является жидкость на керосине, содержащее частицы магнетита, окруженные молекулами олеиновой кислоты (рис. 1, a).

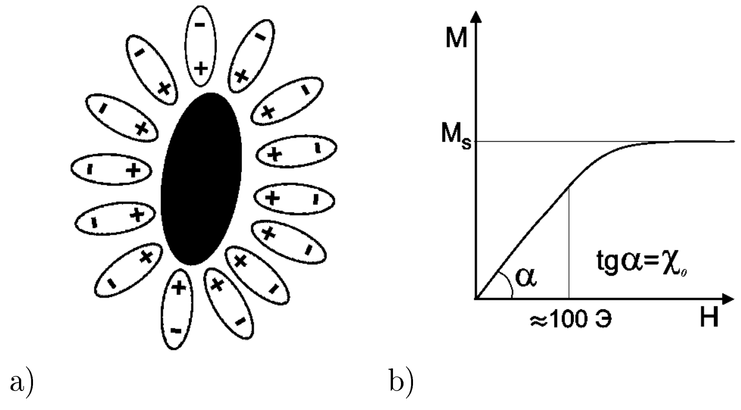


Рис. 1: a) Ферромагнитная частица, окруженная молекулами поверхностно активного вещества. b) Зависимость намагниченности магнитной жидкости от напряженности магнитного поля.

Магнитная жидкость является суперпарамагнетиком. Каждая i-ая частица представляет собой анизатропное тело с упорядоченными микротоками, которое имеет магнитный момент $\boldsymbol{m}_i, |\boldsymbol{m}_i| = m$ (как стрелка компаса). При отсутствии внешнего магнитного поля ферромагнитные частицы ориентированы случайно и намагниченность жидкости равна нулю, $\boldsymbol{M} = \sum_i \boldsymbol{m_i} = 0$. В присутствии внешнего магнитного поля происходит намагничивание жидкости, $\boldsymbol{M} = \sum_i \boldsymbol{m_i} \neq 0$. Если внешнее магнитное поле достаточно сильное, то все частицы ориентируются по полю, и намагниченность магнитной жидкости достигает насыщения (максимального значения) $M = M_s = N|\boldsymbol{m}_i|$, здесь M_s – намагниченность насыщения, N – число частиц в единице объема магнитной жидкости. В изотропной магнитной жидкости в равновесии намагниченность связана с напряженностью магнитного поля следующим образом: $\boldsymbol{M} = \chi \boldsymbol{H}$, где χ – коэффициент магнитной восприимчивости. Магнитная восприимчивость – скалярная функция, зависящая от физико-химических и термодинамических параметров среды, $\chi = \chi(T, n, H, \ldots)$. Например, при возрастании температуры T из-за увеличения средней скорости частиц броуновского движения χ уменьшается, а при увеличении концентрации ферромагнитных частиц n — χ возрастает.

Если предположить, что магнитная восприимчивость χ магнитной жидкости не зависит от модуля напряженности магнитного поля H, то величина намагниченности M бесконечно возрастает при бесконечном увеличении магнитного поля. Но в эксперименте этого не происходит, так как намагниченность достигает насыщения M_s. Следовательно, $\chi = \chi(H, T, n, \ldots)$.

Зависимость величины намагниченности магнитной жидкости от напряженности магнитного поля при постоянной температуре и концентрации приведена на рис. 1, б. При малых полях M линейно зависит от H, $M = \chi_0 H$ (т.е. χ_0 не зависит от H). Такая зависимость реализуется для полей ≤ 100 Э (Эрстед - единица напряженности магнитного поля в симметричной системе единиц Гаусса, 1 Э $= 10^3/4\pi$ А/м). Параметр χ_0 называется начальной магнитной восприимчивостью.

Цель работы – экспериментально определить значение начальной магнитной восприимчивости магнитной жидкости χ_0 при малых стационарных магнитных полях.

Применения магнитной жидкости

Магнитные жидкости часто используют в качестве смазки или уплотнителя, герметизирующего зазор между валом и неподвижным корпусом. Такая смазка, удерживаемая в зазоре неоднородном полем постоянных магнитов, может выдерживать перепад давления до 10 Атм.

Магнитную жидкость можно создать на основе безвредных для организма жидкостей и лекарств. Такую магнитную жидкость можно выпить и, удерживая её полем медицинского магнита, лечить таким образом заболевания желудочно-кишечного тракта (например, язвенную болезнь). Также ведутся разработки магнитоуправляемых лекарств, которые вводятся в кровь, что позволит уменьшить дозировку лекарств и более эффективно лечить заболевания (например, опухоли).

В присутствии магнитного поля на тела в магнитной жидкости действует магнитная сила направленная в сторону меньшего магнитного поля. Например, если градиент магнитного поля направлен вниз, то на тела действует дополнительная выталкивающая сила. Этот эффект используется в магнитожидкостных сепараторах.Сверху на большую каплю магнитной жидкости, висящей между полюсами электромагнитов, насыпают руду. Неоднородное поле магнитов подобрано таким образом, что более легкие фракции всплывают (например медь), а более тяжелые тонут (например, золото).

Также магнитные жидкости используют для создания клапанов, магнитных чернил, демпферов, уровней и других технических устройств.

Описание эксперимента

В магнитное поле, создаваемое двумя параллельными катушками Гельмгольца (эта система создает на оси катушек однородное вертикальное поле H_B порядка 84,41 Э при токе 0,25 А) и малой катушкой (эта катушка создает на оси неоднородное вертикальное магнитное поле H_S), помещается пробирка с немагнитной жидкостью, в которой находится капля магнитной жидкости (см. схему на рис. 2 на стр. 3). В суммарном магнитном поле $H = H_B + H_S$ капля магнитной жидкости деформируется и занимает положение равновесия. Полагая форму капли эллипсоидом вращения, а магнитные поля малыми ($H < 100$ Э), по положению капли и ее удлинению надо найти коэффициент магнитной восприимчивости магнитной жидкости.

Положение и форма капли (т.е. длина l и толщина капли d, расстояние ее до малой катушки l_A) определяются по распечатке изображения, которое регистрируется с микроскопа с помощью видеокамеры. Тарировка регистрирующей системы осуществляется с помощью контрольного измерения диаметра проволоки D на распечатке изображения, которое регистрируется аналогично, и измерения диаметра проволоки по шкале микрометра (см. пример, показанный на рис. 3 на стр. 4)

Токи, текущие в катушках, измеряются при помощи двух амперметров: один амперметр измеряет ток в больших катушках J_B [А], а другой – в маленькой катушке J_S [А]. Зная эти токи, распределение невозмущенного внешнего поля можно вычислить как сумму двух полей, одно из которых H_B создается большими катушками, а другое H_S создается малой катушкой. Поле H_B постоянно в каждой точке вдоль оси катушек и определяется формулой $H_B = J_B \cdot 84,41/0,25$ Э. Поле H_S переменное в пространстве определяется при помощи таблицы 2 из зависимости отношения H_S/J_S [Э/А] от расстояния до катушки.

Магнитная восприимчивость магнитной жидкости может быть вычислена с использованием измеряемых в эксперименте величин и теоретических формул, описывающих равновесие магнитной капли.

Схема эксперимента представлена на рис. 2. В трубку, заполненную немагнитной жидкостью, помещается капля магнитной жидкости. Внешнее магнитное поле создается двумя катушками Гельмгольца (a) и малой катушкой (b). Катушки Гельмгольца дают приблизительно однородное поле порядка 84,41 Э при токе 0,25 А (1 $Э^2 = 1$ г/см·сек^2).

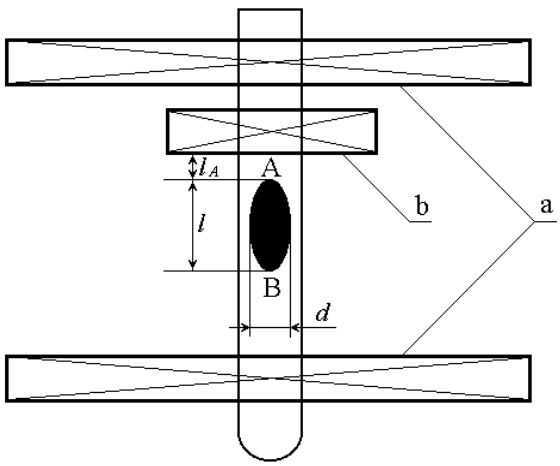


Рис. 2: Схема установки.

Положение и форма капли (т.е. длина l и толщина d капли, расстояние от нее до малой катушки l_A) определяются по распечатке изображения, которое регистрируется с микроскопа с помощью видеокамеры (см. пример, показанный на рис. 3). Проведенные измерения тарируются при помощи определения диаметра D тонкой проволоки по распечатке ее изображения и по измерению его микрометром. На приведенных примерах схематично показаны все необходимые измерения.

(Примечание: регулировки микроскопа, установленные при регистрации капли магнитной жидкости не должны быть изменены!)

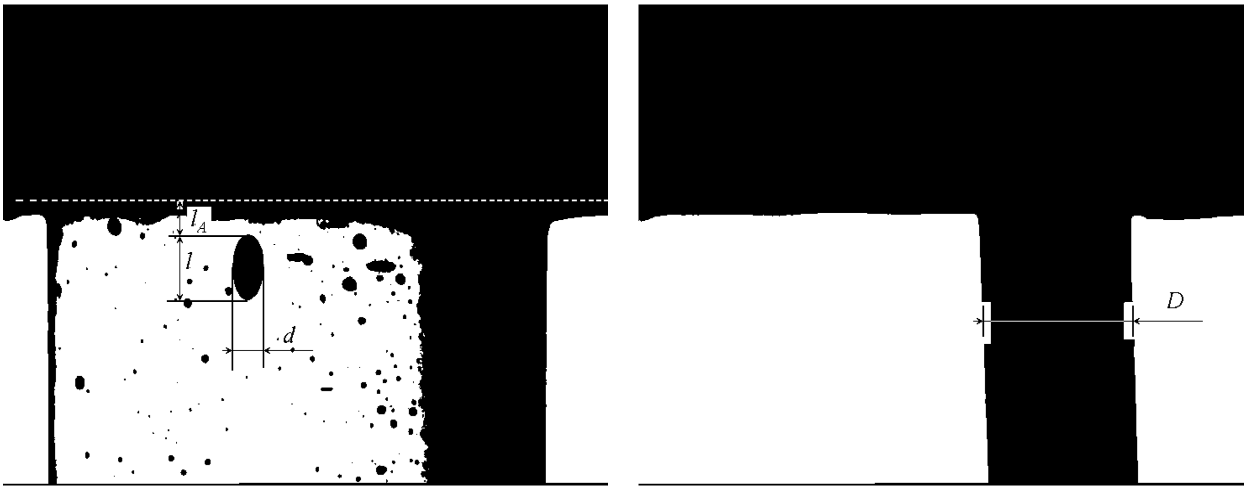


Рис. 3: Пример получаемых изображений капли магнитной жидкости и проволоки.

Ток в катушках измеряется амперметрами (если амперметры стрелочные, то фиксируется его показание (число делений) и цена деления шкалы прибора). Цена деления цифровых амперметров может быть 1 А или 1 мА. Все снятые показания записываются в таблицу 1.

Таблица 1

Параметр	Ток J_Bв катушках (a)	Ток J_S в катушке (b)	l	d	l_A	d_w
Число делений						
Цена деления						
Величина						

В проводимом эксперименте значения плотностей известны: $\rho_1 = 1$ г/см^3 при использовании воды или $\rho_1 = 1,26$ г/см^3 при использовании глицерина ($\rho_1 = 1,146$ г/см^3 при использовании 50% раствора глицерина в воде), и плотность магнитной жидкости $\rho_2 = 1,66$ г/см^3.

По значениям из таблицы 2 определяется величина поля H_S из зависимости отношения H_S/J_S [Э/А] от расстояния до катушки.

Малая катушка. Таблица 2

H_S/J_S [Э/А]	132,1	129,98	124,4	120,9	116,5	112,0	107,1	100,5	95,0
z [мм]	0,31	0,63	0,94	1,25	1,56	1,88	2,19	2,5	2,81

Поле H_B постоянно в каждой точке вдоль оси катушек и определяется формулой $H_B = J_B \cdot 84,41/0,25$ Э. Суммарное магнитное поле H определяется в каждой точке пространства формулой: $H = H_B + H_S$.

Теоретическое описание явления

Магнитное поле в намагничивающейся сплошной среде определяется напряженностью поля $\boldsymbol{H}$ и индукцией поля $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{H} + 4\pi\boldsymbol{M}$, связанных в гауссовой системе единиц измерения, соотношением

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} \ , \quad \mu = 1 + 4\pi\chi \ . \tag{1}$$

Здесь коэффициент μ называется коэффициентом магнитной проницаемости среды. Величина намагниченности в магнитной жидкости определяется формулой:

$$\boldsymbol{M} = \frac{1}{4\pi}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{H}) = \chi\boldsymbol{H} \ . \tag{2}$$

При небольших магнитных полях ($H < 100$ Э) магнитную восприимчивость $\chi = \chi_0$ можно считать не зависящей от величины магнитного поля H. Это означает, что в настоящем эксперименте (в котором температура и концентрация частиц в магнитной жидкости постоянны) магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость μ являются однородными в пространстве.

Магнитное поле вне проводников описывается системой уравнений Максвелла в приближении феррогидродинамики, т.е. в отсутствии токов и электрических полей. В этом приближении два уравнения Максвелла имеют вид:

$$\mathrm{rot}\boldsymbol{H} = \frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t} \approx 0 \ , \quad \mathrm{div}\boldsymbol{B} = 0 \ , \quad \boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H} \ . \tag{3}$$

При этом вектор магнитной индукции $\boldsymbol{B}$ является соленоидальным (линии тока замкнуты или уходят на бесконечность), а вектор напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$ является безвихревым или потенциальным $\boldsymbol{H} = \nabla\varphi$. В интегральном виде уравнения Максвелла запишутся следующим образом:

$$\oint_S B_n dS = 0 \ , \quad \oint_L \boldsymbol{H} d\boldsymbol{l} = 0 \ . \tag{4}$$

Здесь L, S — произвольные замкнутые контур и поверхность.

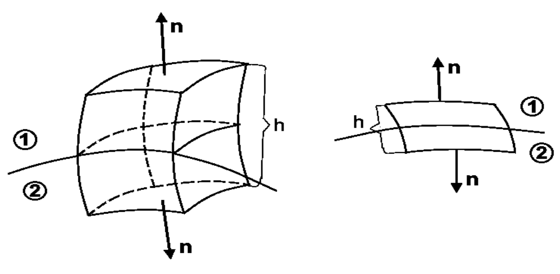
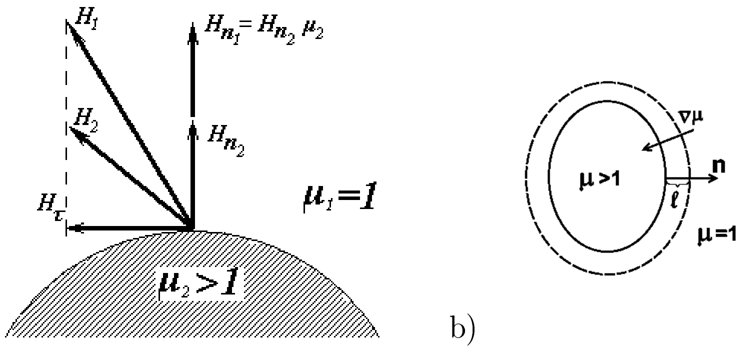


Рис. 4: Определение соотношений для магнитного поля на поверхности разрыва.

Из интегральных соотношений (4) следуют граничные условия для магнитного поля на поверхности раздела двух сред ((1) — немагнитная жидкость, (2) — магнитная жидкость). Если рассмотреть замкнутый объем (замкнутую кривую), см рис. 4, содержащий поверхность разрыва, и устремить толщину h к нулю, то получим следующие соотношения ($[A]_1^2 = A_2 - A_1$):

$$[B_n]_2^1 = 0 \ , \quad [\boldsymbol{H}_\tau]_2^1 = 0 \ . \tag{5}$$



a) b)

Рис. 5: a) Изменение напряженности магнитного поля на поверхности капли магнитной жидкости. b) К вычислению магнитной силы на поверхности капли магнитной жидкости.

Заметим, что из первого равенства (5) следует, что $[\mu H_n]_2^1 = 0$. Так как магнитная проницаемость терпит разрыв на поверхности раздела немагнитная жидкость – магнитная жидкость $[\mu]_2^1 \neq 0$, из равенства следует, что поверхность магнитной жидкости искажает приложенное поле, $[H_n]_2^1 \neq 0$, (см. рис. 5 a)

Так как магнитное поле потенциально, то можно ввести скалярную функцию ϕ, такую что: $\boldsymbol{H} = \nabla\phi$. Тогда уравнения Максвелла и условия на поверхности раздела сред будут иметь вид:

$$\Delta\phi = 0 \ , \tag{6}$$

$$[\phi]_2^1 = 0 \ , \quad [\mu\nabla_n\phi]_2^1 = 0 \ . \tag{7}$$

Первое равенство в (7) вытекает из второго условия в (5) и односвязности границы капли. Будем считать, что в бесконечно удаленной точке искажение поля каплей магнитной жидкости пренебрежимо мало, и магнитное поле направленно вертикально: $\boldsymbol{H}\mid_\infty \longrightarrow \boldsymbol{H}_0$, или в терминах потенциала:

$$\nabla\phi \mid_\infty \longrightarrow \boldsymbol{H_0} \ . \tag{8}$$

Здесь H_0 – магнитное поле, не возмущенное каплей и определиемое в эксперименте. Уравнение равновесия для магнитной жидкости и окружающей жидкости имеет вид:

$$\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \boldsymbol{g} - \boldsymbol{f}_{\alpha m} = 0 \quad \alpha = 1,2 \ . \tag{9}$$

Магнитная сила $f_{\alpha m}$ определяется слагаемыми в тензоре напряжений p_{ij}, связанными с компонентами магнитного поля. Тензор напряжений в любой жидкости в магнитном поле имеет вид:

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{H_i B_j}{4\pi} - \frac{HB}{8\pi}\delta_{ij} = -p\delta_{ij} + T_{ij}^H \ . \tag{10}$$

Если посчитать силу, задаваемую тензором максвеловских натяжений T_{ij}^H для проводящих сред с учетом уравнений Максвелла, то получится сила Лоренца: $\boldsymbol{F} = [\boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}]/c$. Для электрических полей (если заменить $\boldsymbol{H}$ на $\boldsymbol{E}$, а $\boldsymbol{B}$ на $\boldsymbol{D}$), взяв дивергенцию тензора T_{ij}, получим силу Кулона $q\boldsymbol{E}$. С учетом уравнений Максвелла в приближении феррогидродинамики получим силу, связанную с намагниченностью среды:

$$\boldsymbol{f_m} = \nabla^j T_{ij}^H \boldsymbol{e^i} = -\frac{H^2}{8\pi}\nabla\mu \ . \tag{11}$$

В рассматриваемом нами случае магнитная проницаемость магнитной жидкости и окружающей среды постоянны, поэтому объемная магнитная сила $\boldsymbol{f}_{\alpha m}$ равна нулю. При этом уравнение (9) можно легко проинтегрировать:

$$p_\alpha = p_{\alpha 0} + \rho_\alpha \boldsymbol{gr} \quad \alpha = 1,2 \ . \tag{12}$$

Объемные магнитные силы равны нулю, но поверхностная магнитная сила, действующая на поверхности раздела двух сред, не равна нулю. Представим границу раздела двух сред, как некоторый слой конечной величины l (см. рис. 5 b), поперек которого (перпендикулярно к исходной границе раздела) непрерывным образом меняются все параметры (плотность, магнитная проницаемость и др.). При этом в каждой точке слоя в магнитном поле действует объемная магнитная сила, направленная против градиента μ. Несмотря на малость толщины слоя, поверхностная плотность силы $\boldsymbol{F}_{sm}$ является конечной величиной:

$$\boldsymbol{F}_s m = \lim_{l \longrightarrow 0} \int_0^l -\frac{H^2}{8\pi} \nabla \mu \boldsymbol{n} dx = \lim_{l \longrightarrow 0} \int_0^l -\frac{H^2}{8\pi} \left(-\frac{\Delta \mu}{l} \boldsymbol{n} \right) dx = \frac{H_m^2}{8\pi} \Delta \mu \boldsymbol{n} \ .$$

Здесь H_m — некоторое значение магнитного поля в рассматриваемом слое, $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1 > 0$.

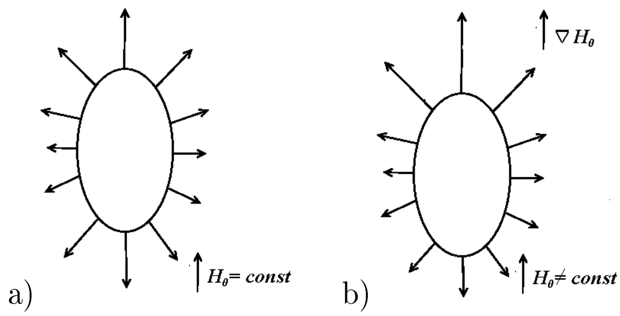


Рис. 6: Распределение поверхностной магнитной силы F_{Sm}, действующая на поверхность капли магнитной жидкости в однородном (a) и неоднородном (b) приложенном магнитном поле.

Заметим, если приложенное магнитное поле H_0 однородно, то суммарная магнитная сила, действующая на каплю, $\boldsymbol{F}_M = \oint_{S_d} \boldsymbol{F}_{sm} dS$ (S_d — поверхность капли) из-за симметрии равна нулю (см. рис 6 a). Когда приложенное магнитное поле неоднородно, $H_0 \neq const$, магнитная сила пропорциональна градиенту поля $\boldsymbol{F}_M \sim (\nabla H)_0$. В целом на каплю магнитной жидкости со стороны окружающей жидкости действует сила $\boldsymbol{F} = \oint_{S_b} p_{ij} n^j \boldsymbol{e}^i dS = \boldsymbol{F}_A + \boldsymbol{F}_M$. Здесь $\boldsymbol{F}_A = -\rho_1 V h \boldsymbol{g}$ — сила Архимеда, $\boldsymbol{F}_M = \int_{S_p} T_{ij}^H n^j \boldsymbol{e}^i dS$ — суммарная магнитная сила. Условие равновесия капли имеет вид

$$\boldsymbol{F}_A + \boldsymbol{F}_T + \boldsymbol{F}_M = 0. \tag{13}$$

Здесь F_T – сила тяжести, $F_T = \rho_2 \boldsymbol{g} V$.

Поверхность капли магнитной жидкости в данной случае является контактным разрывом, так как задача статическая и не происходит обмена массой между жидкостями. При этом динамическое граничное условие, полученное из закона сохранения импульса, имеет вид:

$$[p_{ij} n^j \boldsymbol{e}^i]_2^1 = \pm 2\sigma K \boldsymbol{n} \ , \quad z = f(r) \ , \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \ , \quad K = \frac{f'' + f'^3/r + f'/r}{2(1 + f'^2)^{3/2}} \ . \tag{14}$$

Здесь σ – коэффициент поверхностного натяжения, K – средняя кривизна поверхности, знак "+" соответствует случаю, когда магнитная жидкость расположена ниже немагнитной, "−" — в противном случае. Спроектировав это уравнение на внешнюю нормаль к поверхности капли, с учетом граничных условий для магнитного поля, получим соотношение для определения формы поверхности капли:

$$[p]_2^1 = 2\sigma K + \frac{1}{8\pi} \left[B_n H_n - \boldsymbol{B}_\tau \boldsymbol{H}_\tau \right]_2^1 \ . \tag{15}$$

Здесь $\boldsymbol{H}_\tau$ – касательная составляющая напряженности магнитного поля, H_n – нормальная составляющая магнитного поля. Это уравнение служит для определения формы капли $f(\boldsymbol{r})$. Оно является нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка.

Таким образом, необходимо решить уравнение Лапласа (6) с учетом граничных условий для потенциала магнитного поля (7), (8) и динамического граничного условия (15), в котором использован первый интеграл уравнения движения.

С помощью теории потенциала решение уравнения Лапласа можно выразить через плотность простого слоя, связанного со скачком $\nabla_n \phi$, и из условий на разрыве для $\nabla_n \phi$ и p (7), (15) составить систему интегро-дифференциальных уравнений, определяющих форму поверхности разрыва и величину скачка магнитного поля.

Аналитическое решение этих уравнений можно получить только при определенных предположениях:
1) форма капли – эллипсоид вращения;
2) размер капли много меньше характерного размера изменения магнитного поля.

В этом приближении решение задачи сводится к расчету магнитного поля намагниченного эллипсоида, помещенного во внешнее поле с постоянным градиентом, согласно уравнениям (6) и (7).

Последнее из условий на разрыве (15) не может быть удовлетворено точно в каждой точке поверхности эллипсоида. Однако, подбирая параметры, характеризующие форму и положение центра эллипсоида, можно добиться удовлетворения условия (15) в интегральном смысле, осредняя его по поверхности эллипсоида. Решение позволяет получить аналитическое выражение для магнитной силы F_M. Равенство (13) при этом запишется в виде

$$
\begin{gathered}
|F_A + F_g| = Vg(\rho_2 - \rho_1) = \frac{V\chi_0(H_{0A}^2 - H_{0B}^2)}{2l(1+4\pi\chi_0 N)} = |F_M| \ , \\
4\sigma = \pi l (H_{0A} + H_{0B})^2 \frac{Q\chi_0^2}{(1+4\pi\chi_0 N)^2} \ , \\
N = (\lambda^2 - 1)\left(\frac{\lambda}{2}\ln\frac{\lambda+1}{\lambda-1} - 1\right) \ , \quad \lambda = \frac{l}{\sqrt{l^2 - d^2}} \ , \\
Q = \frac{(\lambda^2-1)\left[\lambda(3\lambda^2-1)\ln\frac{\lambda+1}{\lambda-1} - 6\lambda^2\right]}{3\lambda^2 - 2 + \frac{\lambda^2(4-3\lambda^2)}{\sqrt{\lambda^2-1}}\arcsin\frac{1}{\lambda}} \ ,
\end{gathered}
\tag{16}
$$

Здесь H_{0A}, H_{0B} – значения невозмущенного каплей магнитного поля в точках A и B (см. рис. 2), l – длина капли, d – ее диаметр.

В таблице 3 приведены значения параметров N и Q от отношения d/l, характеризующего форму эллипсоида.

Таблица 3

d/l	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
N	1/3	0,306	0,276	0,244	0,210	0,174	0,135	0,095	0,056	0,020
Q	∞	2,192	0,940	0,488	0,311	0,187	0,107	0,054	0,021	0,004

Определяя экспериментально магнитное поле и положение точек A, B и диаметр капли, из формулы (16) можно определить коэффициенты магнитной восприимчивости χ_0 и поверхностного натяжения σ, если известны плотности ρ_1, ρ_2.

В случае неизвестной плотности магнитной жидкости следует провести эксперимент, погружая каплю этой жидкости в две различные немагнитные жидкости с известными плотностями. При этом получим систему алгебраических уравнений для определения ρ_2, χ, σ_1, σ_2.

Задание к лабораторной работе

1. Доказать равенство (с учетом уравнений Максвелла в приближении феррогидродинамики):

$$\boldsymbol{f}_m = \nabla^j T_{ij}^H \boldsymbol{e}^i = -\frac{H^2}{8\pi} \boldsymbol{\nabla} \mu$$

2. Вычислить скачок потока импульса, связанного с тензором максвелловских натяжений T_{ij}^H, с учетом соотношений на разрыве для магнитного поля (проекции скачка на нормаль и касательную к поверхности контактного разрыва):

$$[T_{ij}^H n^j \boldsymbol{e}^i] = ?$$

3. Определить χ_0 и σ и указать их размерность.