

УДК 533.6.011.72

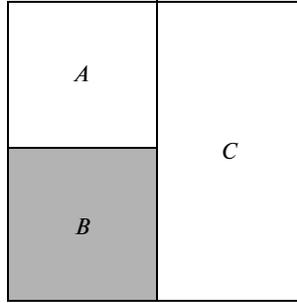
© 2010 г. П. Ю. ГЕОРГИЕВСКИЙ, В. А. ЛЕВИН, О. Г. СУТЫРИН

**ДВУМЕРНЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ,  
ПОРОЖДЕННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ  
С ОБЛАСТЯМИ ГАЗА ПОНИЖЕННОЙ ПЛОТНОСТИ**

Теоретически исследуется плоское нестационарное течение, возникающее при взаимодействии прямого скачка уплотнения с областью газа пониженной плотности, занимающей четверть плоскости. Проведено численное моделирование на основе уравнений Эйлера. Установлено, что после соприкосновения скачка и области развиваются двумерные автомодельные течения различных типов. При регулярном взаимодействии происходит преломление исходного скачка на области пониженной плотности: ускоренный и исходный скачки, а также преломленный контактный разрыв сопрягаются в общей точке. При нерегулярном взаимодействии возникает сложное течение, включающее искривленные и косые скачки, изломанный контактный разрыв, множественные точки сопряжения, высоконапорную струю и слоистый вихрь. Детально исследована структура струи и вихря. Определены тенденции развития газодинамических структур при изменении определяющих параметров задачи. Предложена упрощенная “почти аналитическая” схема для оценки углов наклона основных скачков и параметров газа за ними.

*Ключевые слова:* распространение скачка уплотнения, взаимодействие скачков уплотнения, температурная неоднородность.

Задачи о взаимодействии скачка уплотнения с областями газа пониженной плотности возникают в различных областях газовой динамики, например, при изучении распространения ударной волны вдоль нагретой поверхности [1] или по газу, предварительно прогретому в результате физико-химических процессов. Широкий круг задач о распространении ударной волны по неоднородным и релаксирующим средам изучен в [2]. В [3] анализировались изменения в режимах дифракции ударной волны на клине, обусловленные наличием высокотемпературных областей различной формы. Близкая проблема взаимодействия головного скачка уплотнения перед затупленным телом с локализованными в набегающем сверхзвуковом потоке высокотемпературными включениями, порожденными мгновенным энерговыделением, изучалась в [4, 5]. При стационарном энерговыделении в сверхзвуковом потоке формируется высокотемпературный след, взаимодействие которого с ударным слоем приводит к формированию “передних” отрывных зон [6]. В рамках модели идеального газа эффект возникновения стационарных передних отрывных зон должен проявляться при любой (даже сколь угодно малой) толщине следа [7]. Однако, согласно [8], для тонких “тепловых игл” могут быть реализованы лишь пульсирующие передние отрывные зоны. В [9] эффект пульсаций связывался с захватом отрывной зоной высоконапорной струи, возникающей при взаимодействии температурного следа с ударным слоем. Аналогичный эффект наблюдался в [10] для задачи взаимодействия тонкого канала СВЧ разряда с ударным слоем перед торцом цилиндра. Необходимость определения механизма формирования высоконапорной струи – одна из побудительных причин для выполнения настоящего исследования.



Фиг. 1. Начальное положение скачка уплотнения и области пониженной плотности: *A* – невозмущенный поток, *B* – неоднородность, *C* – газ за скачком

В настоящей работе теоретически исследуется плоское нестационарное течение, возникающее при взаимодействии прямого скачка уплотнения с областью газа пониженной плотности, занимающей четверть плоскости.

**1. Постановка задачи.** Для описания плоских двумерных нестационарных течений идеального совершенного газа используется модель, построенная на основе уравнений Эйлера:

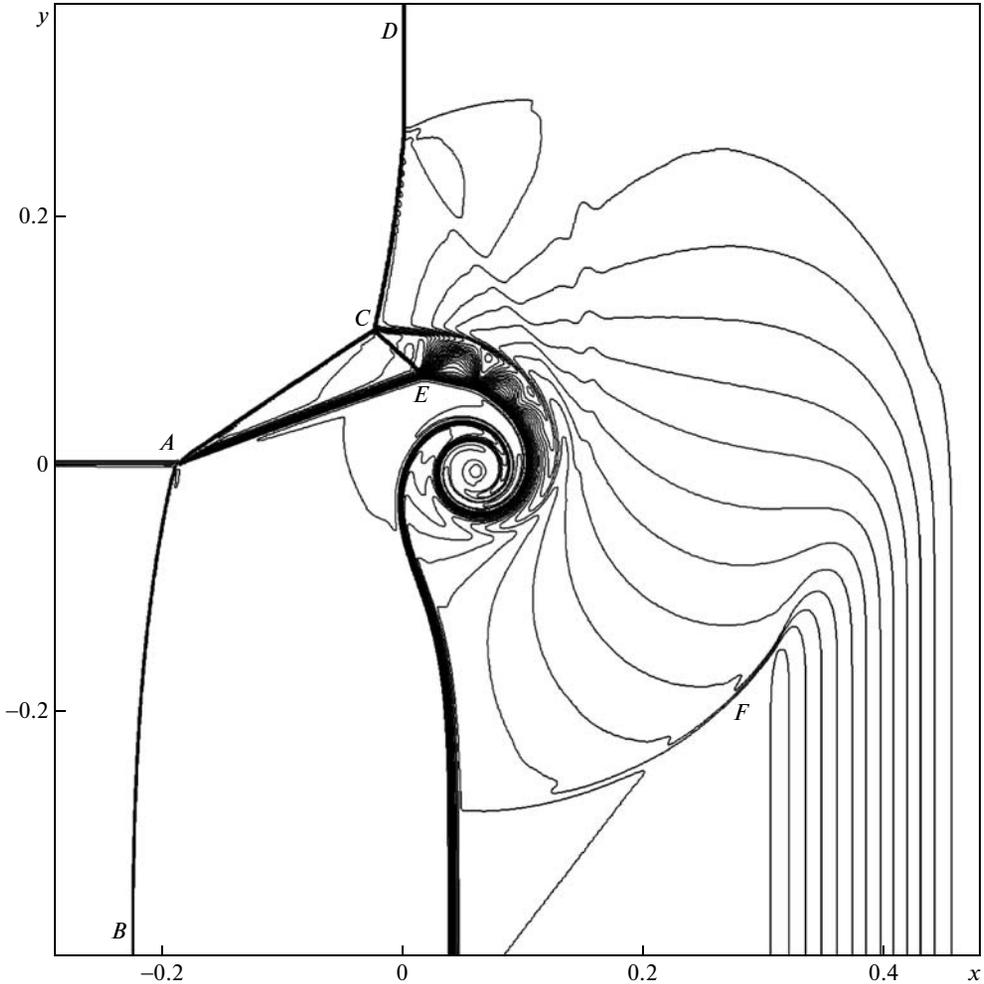
$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vw \\ p + \rho v^2 \\ (e + p)v \end{pmatrix} = 0$$

Здесь  $p, \rho, u, v$  – давление, плотность и компоненты скорости вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно,  $e$  – полная энергия единицы объема газа. Используется модель идеального совершенного газа с постоянными теплоемкостями и показателем адиабаты  $\gamma$ , поэтому выражение для  $e$  в уравнении энергии имеет вид:

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{u^2 + v^2}{2}$$

Для численного моделирования использовался явный конечно-разностный метод Мак-Кормака [11], на гладких решениях обеспечивающий второй порядок точности по времени и пространству. Скачки и тангенциальные разрывы рассчитывались “насквозь”. При расчете одномерных течений на границах сетки использовалась аппроксимация производной “внутрь” по трем точкам, также имеющая второй порядок точности. Для подавления нефизических осцилляций параметров около фронтов ударных волн, характерных для численных схем высокого порядка точности, применялась процедура сглаживания [12]. Устойчивость схемы обеспечивалась ограничением шага по времени условием Куранта–Фридрикса–Леви.

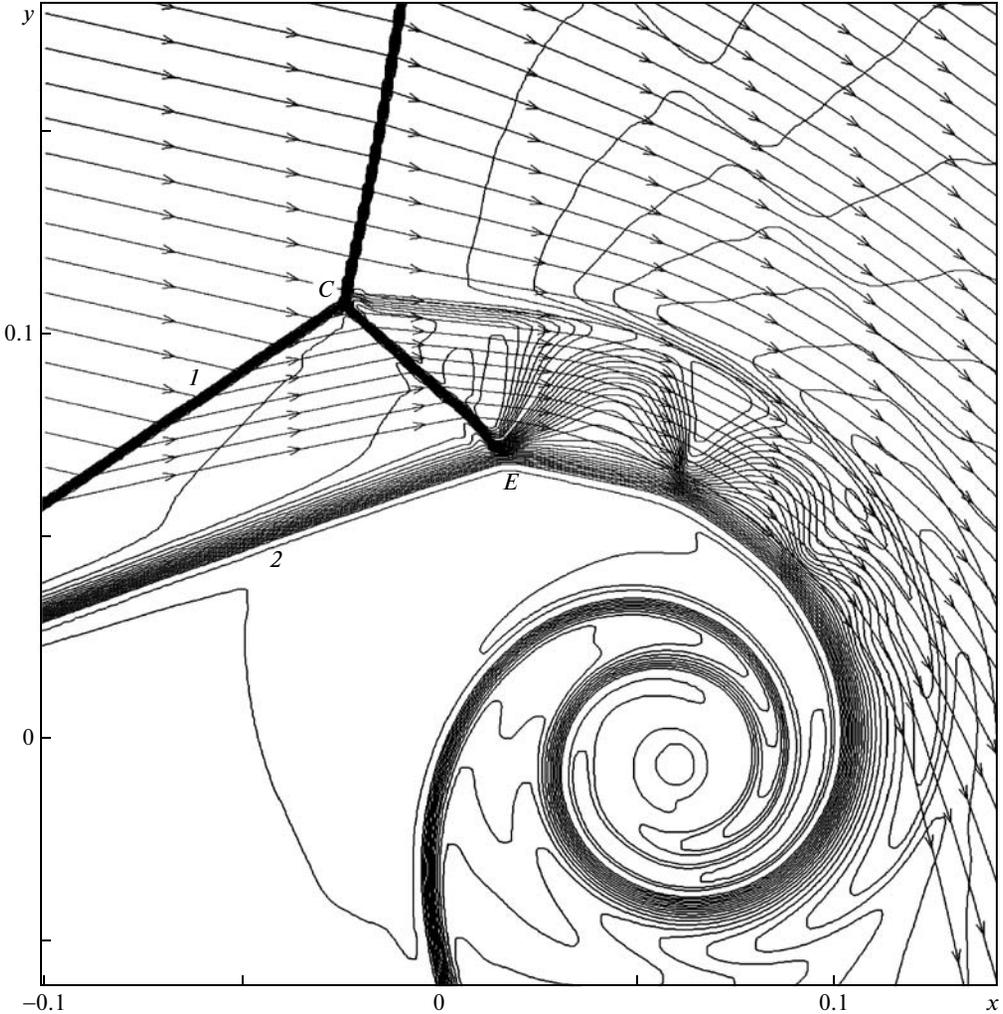
**2. Структура течения.** Рассматривается задача о взаимодействии скачка уплотнения с четвертью плоскости, занятой газом пониженной плотности. Начальное положение области, занятой газом пониженной плотности, относительно скачка уплотнения схематически показано на фиг. 1. Область *A*, где  $p = p_0, \rho = \rho_0, u = M\sqrt{\gamma}$ , представляет собой невозмущенный поток газа; область *B*, где  $p = p_0, \rho = \rho_T = \omega\rho_0, \omega < 1$ , – неоднородность; область *C* – поток газа за скачком уплотнения. Параметры газа в области *C* задаются на основе соотношений Ренкина–Гюгонио так, чтобы скачок в невозмущен-



Фиг. 2. Взаимодействие скачка с областью, занятой газом пониженной плотности, изолинии плотности при  $M = 3$ ,  $\omega = 0.3$ :  $A$  – точка сопряжения лидирующего и ко-сого скачков,  $C$  – тройная точка

ном потоке был неподвижен. Тогда определяющими параметрами задачи являются показатель адиабаты  $\gamma$ , число Маха  $M$  и отношение плотностей газа  $\omega = \rho_T/\rho_0$ .

Изолинии плотности для  $M = 3$ ,  $\omega = 0.3$  приведены на фиг. 2. У верхней и нижней границ расчетной сетки имеют место одномерные течения – невозмущенный прямой скачок и распад газодинамического разрыва соответственно. Основная часть расчетной области занята сложной ударно-волновой структурой, включающей лидирующий скачок  $AB$ , опережающий исходный скачок  $D$ , косой скачок  $AC$ , соединяющий лидирующий и исходный скачки, тангенциальный разрыв  $AE$  и внутренний скачок  $CE$ . За внутренним скачком формируется высоконапорная струя, разворачивающаяся под действием разницы давлений на внешнем и внутреннем тангенциальных разрывах. В центральной области течения образуется крупномасштабный вихрь и слабый скачок уплотнения  $F$ , распространяющийся со скоростью, сравнимой со скоростью лидиру-

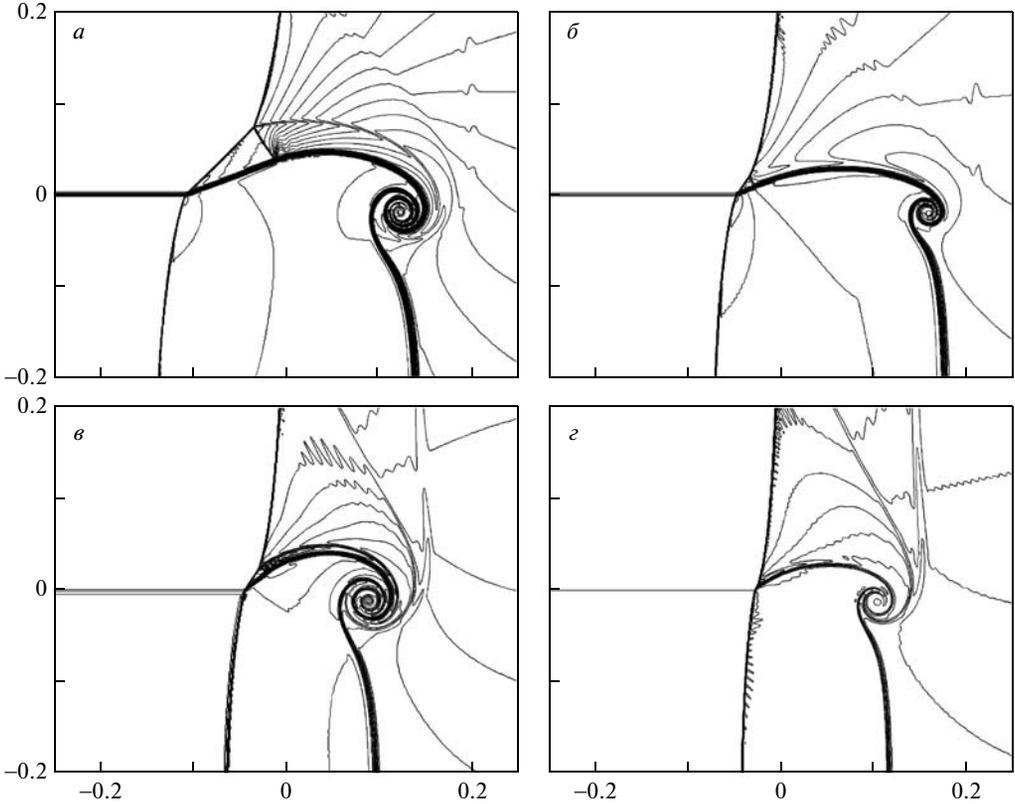


Фиг. 3. Течение около тройной точки: изолинии плотности и линии тока в системе отсчета, связанной с тройной точкой: 1 – косой скачок  $AC$ , 2 – тангенциальный разрыв  $AE$

ющего скачка. Искривление фронта исходного скачка около тройной точки  $C$  обусловлено интерференцией последнего с косым скачком  $AC$ .

В силу отсутствия в постановке задачи линейного масштаба течение автомодельно: распределения параметров газа в координатах  $((x - x_0)/t, (y - y_0)/t)$ , где  $(x_0, y_0)$  – суть координаты вершины угла неоднородности в момент встречи со скачком, идентичны во все моменты времени. Численное моделирование проводилось в неавтомодельных координатах  $(x, y, t)$ , и при пересчете на автомодельные переменные наблюдалось совпадение распределений параметров газа с точностью до относительного “размазывания” скачков и тангенциальных разрывов на несколько узлов сетки.

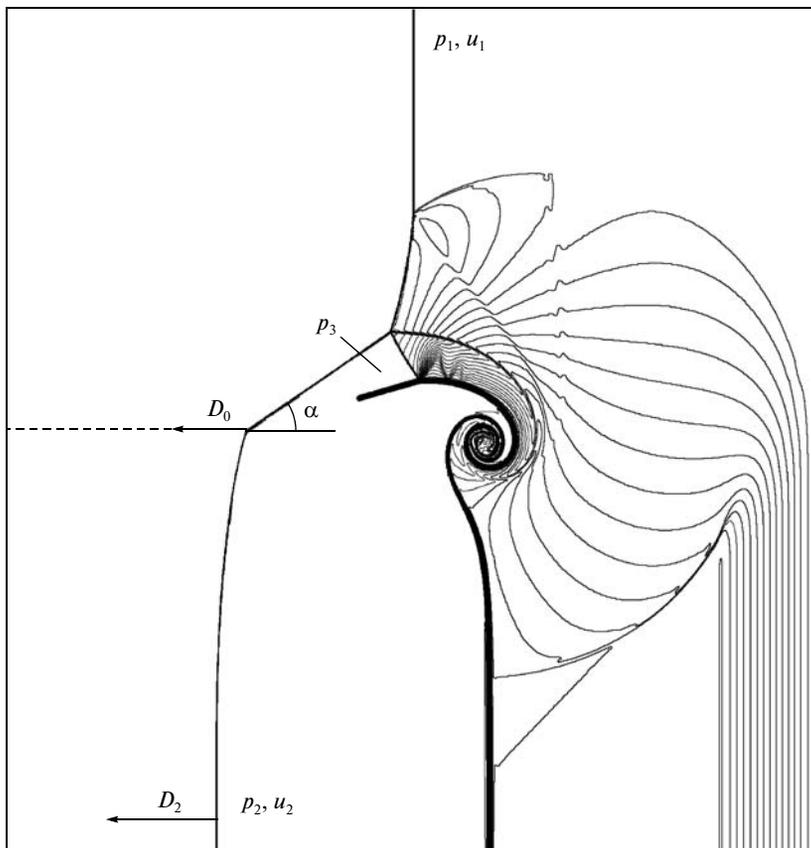
Расчет проведен на значительно более подробной, чем в [1, 2], сетке, что позволило выявить формирование высоконапорной струи, ее структуру, а также слоистый характер образующегося вихря (фиг. 3). Давление торможения газа, прошедшего два косых



Фиг. 4. Изолинии плотности при  $(M, \omega) = (2, 0.5) (2, 0.7) (5, 0.7) (5, 0.8) (a-z)$

скачка  $AC$  и  $CE$  и формирующей струю, значительно превышает давление торможения газа за исходным и лидирующим скачками. Внутренняя структура струи представляет собой нестационарный аналог центрированных волн Прандтля–Майера, замыкающихся на изломах внутреннего тангенциального разрыва и отражающихся от внешнего тангенциального разрыва. Вихрь состоит из перемежающихся слоев газа различной плотности: поступающего из струи и захваченного из области за лидирующим скачком. В целом течение в окрестности тройной точки – нестационарный аналог взаимодействия скачков типа Edney-IV [13]. Отметим, что формирование кольцевого вихря, в схожей задаче [10] трактуемое как неустойчивость сдвигового слоя, по мнению авторов настоящей работы, является следствием взаимодействия ударных волн, не зависящим от наличия тела в потоке.

Описанное нерегулярное взаимодействие скачка с областью пониженной плотности имеет место при достаточно больших дефектах плотности (малых  $\omega$ ). При увеличении  $\omega$  точки  $A$  и  $C$  сближаются и совпадают при  $\omega = \omega^*$  (фиг. 4,  $a, б, z$ ). При  $\omega > \omega^*$  имеет место регулярное взаимодействие, характеризующееся преломлением исходного скачка и контактного разрыва в точке сопряжения. В исследованном диапазоне определяющих параметров переход к регулярному режиму слабо зависит от числа Маха: для  $M \in (1.5, 5.0)$  критическое значение  $\omega^*$  лежит в интервале  $(0.75, 0.8)$ . При нерегулярном взаимодействии угол наклона и длина косога скачка не зависят от числа Маха, что согласуется с наблюдением [1]. При увеличении числа Маха угол разворота по-

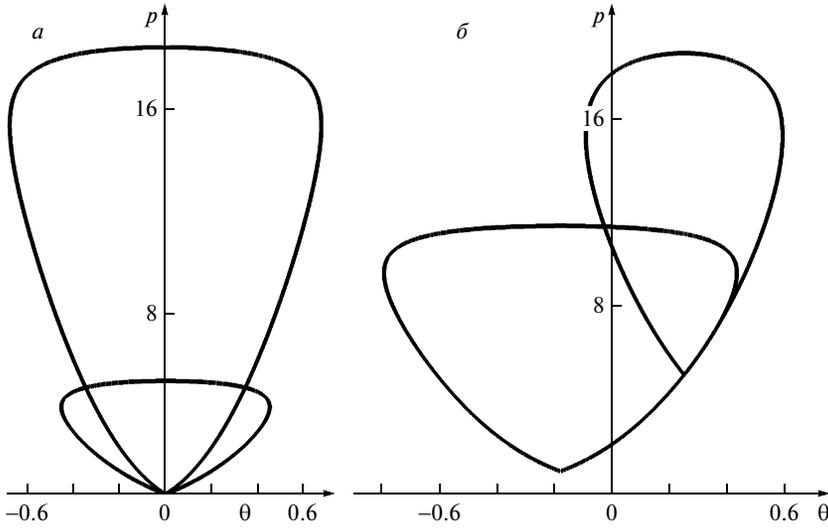


Фиг. 5. Схема течения для нерегулярного взаимодействия скачка и области,  $D_0, D_2$  — скорости точки  $A$  и прямолинейного участка лидирующего скачка,  $\alpha$  — угол наклона косого скачка

тока за косым скачком увеличивается, что приводит к уменьшению ширины высоконапорной струи (фиг. 4, б, в). Также при росте  $M$  увеличивается относительный размер вихря, и на картине изолиний более четко выделяются веера волн разрежения и уплотнения внутри струи.

**3. Априорная оценка основных параметров течения.** Может быть предложена схема для оценки основных параметров течения без проведения численного моделирования. На фиг. 5 представлена структура течения для нерегулярного взаимодействия. В [1] приведена аналитическая формула для оценки угла наклона косого скачка ( $\sin \alpha = \sqrt{\omega}$ ), вывод которой основан на предположении о равенстве скоростей газа за лидирующим и исходным скачками ( $u_2 = u_1$ ) и равенстве давлений за косым и лидирующим скачками ( $p_2 = p_3$ ), позволяющая оценить параметры газа непосредственно за косым скачком.

В настоящей работе предлагается схема, позволяющая оценить параметры газа за лидирующим, косым и внутренним скачками, основанная на методе ударных поляр. Скорость  $D_0$  точки  $A$  предполагается равной скорости  $D_2$  плоского участка лидирующего скачка, которая может быть найдена с любой точностью с помощью решения за-



Фиг. 6. Поляры Буземана в координатах  $p, \theta$  для точки  $A$  (а) и для тройной точки (б)

дачи Римана о распаде одномерного разрыва. Если скорость  $D_0$  известна, то в связанной с ней системе отсчета возможно построить две поляры в координатах  $p, \theta$  для исходного и разреженного потоков по разные стороны контактного разрыва (фиг. 6, а). Точка пересечения кривых соответствует состоянию газа и углам наклона скачков в окрестности точки  $A$ . Состояние газа внутри всего треугольника  $ACE$  предполагается однородным и совпадающим с состоянием за косым скачком вблизи точки  $A$ . Скорость тройной точки  $C$  вычисляется на основе скорости распространения и угла наклона косого скачка при пренебрежении искривлением исходного скачка около нее. Тогда в связанной с точкой  $C$  системе отсчета также возможно построить две поляры для потока внутри треугольника  $ACE$  и исходного плотного потока (фиг. 6, б) и определить состояние газа за внутренним скачком.

Таким образом, схема для оценки параметров газа сводится к последовательному решению систем алгебраических уравнений.

В таблице представлено сравнение оценочного давления газа за косым и внутренним скачками с полученным численно, при  $M \in (1.5, 5)$  и  $\omega \in (0.1, 0.5)$ . Римскими цифрами обозначены: I – расчет, II – схема [1], III – схема, основанная на методе поляр. При  $M \geq 2$  предложенный алгоритм предлагает лучшую, чем схема [1], аппроксимацию давления за косым скачком. Максимальная невязка оценки давления за внутренним скачком, достигаемая при  $\omega = 0.1$ , составляет 10%.

**Заключение.** Численно, на основе уравнений Эйлера, исследовано плоское нестационарное течение, возникающее при взаимодействии прямого скачка уплотнения с областью газа пониженной плотности, занимающей четверть плоскости. Показано, что начиная с момента соприкосновения скачка и области развиваются двумерные автомодельные течения двух типов в зависимости от дефекта плотности. При регулярном взаимодействии, имеющем место при малых дефектах плотности, происходит преломление исходного скачка на области пониженной плотности: лидирующий и исходный скачки, а также преломленный контактный разрыв сопрягаются в общей точке. При нерегулярном взаимодействии возникает сложное течение, включающее искривленные и косые скачки, изломанный контактный разрыв, высоконапорную

$\omega$	M = 1.5			2.0			2.5			5.0		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Давление в треугольнике ACE												
0.1	1.5	1.4	1.5	2.0	1.7	2.1	2.6	2.1	2.8	—	—	—
0.3	1.8	1.7	1.6	2.8	2.4	2.8	3.9	3.3	4.1	12.5	10.1	14.7
0.5	2.0	1.9	1.6	3.3	3.1	3.1	5.1	4.4	4.9	17.7	15.5	19.2
Давление за внутренним скачком CE												
0.1	2.7	—	3.1	4.9	—	5.3	7.2	—	8.0	—	—	—
0.3	2.6	—	2.7	4.9	—	5.0	7.8	—	7.7	28.0	—	30.2
0.5	2.5	—	2.5	4.7	—	4.6	7.8	—	7.5	30.8	—	29.8

струю и слоистый вихрь. Разворот струи в центральную область течения происходит в системе нестационарных центрированных волн сжатия и разрежения. Формирование и разворот струи есть следствие интерференции образующихся ударных волн и не зависит от наличия тела в потоке.

Предложенный алгоритм применения метода ударных поляр для точек сопряжения скачков, сводящийся к решению систем алгебраических уравнений, позволяет с высокой точностью оценить основные газодинамические параметры течения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 08-01-00033) и Федерального агентства по науке и инновациям Министерства образования и науки РФ (грант НШ-319.2008.1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Артёмьев В.И., Бергельсон В.И., Калмыков А.А., Немчинов И.В., Орлова Т.И., Рыбаков В.А., Смирнов В.А., Хазинс В.М.* Развитие предвестника при взаимодействии ударной волны со слоем пониженной плотности // Изв. РАН. МЖГ. 1988. № 2. С. 158–163.
2. *Войнович П.А., Жмакин А.И., Фурсенко А.А.* Моделирование взаимодействия ударных волн в газах с пространственными неоднородностями параметров // Ж. техн. физики 1988. Т. 58. № 7. С. 1259–1267.
3. *Fokeev V.P., Grin Yu.I., Levin V.A., Sharov Yu.L., Tunik Yu.V.* The influence of gas discharge on propagation of triple-shock mach configuration – numerical and experimental investigations // Proc. 5th Intern. Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics in Aerospace Applications / Ed. by V.A. Bityurin. Moscow: IVTAN, 2003. P. 234–240
4. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А.* Нестационарное взаимодействие сферы с атмосферными температурными неоднородностями при сверхзвуковом обтекании // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 174–183
5. *Schulein E., Zheltovodov A.A., Pimonov E.A., Loginov M.S.* Study of the bow shock interaction with laser-pulse-heated air bubbles // AIAA Paper. 2009. № 3568.
6. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А.* Сверхзвуковое обтекание тел при наличии внешних источников тепловыделения // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 8. С. 684–687.
7. *Гувернюк С.В., Савинов К.Г.* Отрывные изобарические структуры в сверхзвуковых потоках с локализованной неоднородностью // Докл. РАН. 2007. Т. 413. № 2. С. 188–192.
8. *Артёмьев В.И., Бергельсон В.И., Немчинов И.В., Орлова Т.И., Смирнов В.А., Хазинс В.М.* Изменение режима сверхзвукового обтекания препятствия при возникновении перед ним тонкого разреженного канала // Изв. РАН. МЖГ. 1989. №5. С. 146–151.
9. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А.* Концепция управления обтеканием тел при помощи слабого энергетического воздействия на набегающий поток // Методы аэрофизических исследова-

ний: Тр. Междунар. Конф. ISMAR 2004. Ч. V / Под Ред. В.М. Фомина. Новосибирск: Нон-парель, 2004. С. 42–48.

10. *Azarova O.A., Kolesnichenko Yu.F.* On details of flow structure during the interaction of an infinite rarefied channel with a cylinder shock layer // Proc. 7th Intern. Workshop on Magneto-Plasma Aero-dynamics in Aerospace Applications Ed. By V.A. Biturin. Moscow: IVTAN, 2007. P. 101–113.
11. *MacCormack R.W.* The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering // AIAA Paper. 1969. № 354. 6 p.
12. *Жмакин А.И., Попов Ф.Д., Фурсенко А.А.* Метод сглаживания при расчете разрывных течений газа // Алгоритмы и математическое обеспечение для физических задач. Л.: ФТИ АН СССР. 1977. Т. 2. С. 65-72.
13. *Edney V.* Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock // FFA Report 115. Aeronaut. Res. Institute of Sweden. 1968. 92 p.

Москва

Поступила в редакцию  
2.X.2009