

Программа спецкурса по выбору кафедры дискретной математики 2007/2008

1. Минимальные и кратчайшие ДНФ. Допустимые и минимальные конъюнкции. Сокращенная ДНФ. Метод Блейка построения сокращенной ДНФ. Критерий поглощения конъюнкции в ДНФ.
2. Тупиковые ДНФ. Универсальный алгоритм поиска всех тупиковых ДНФ. Алгоритм построения ДНФ $\cap T$. Алгоритм Квайна. Критерий вхождения конъюнкции в ДНФ $\sum T$. Алгоритм построения ДНФ $\cap T$. Локальные алгоритмы. Отсутствие локального алгоритма построения ДНФ $\cap M$.
3. Вывод формулы Стирлинга. Асимптотика для биномиальных коэффициентов. Теорема об асимптотике суммы $\sum_k \binom{n}{k}$ для k из окрестности $n/2$.
4. Максимальная сложность и длина ДНФ для функции от n переменных. Оценки для максимальной длины сокращенной ДНФ. Сокращенная ДНФ для монотонной функции.
5. Поясковые функции. Кратчайшие ДНФ для поясковых функций.
6. Асимптотика максимальной длины тупиковой ДНФ для функции от n переменных. Верхние и нижние оценки для максимального числа тупиковых и кратчайших ДНФ у функции от n переменных.
7. Самокорректирующиеся коды. Кодовое расстояние. Рекуррентные соотношения для максимальной мощности кодов заданной длины с заданным кодовым расстоянием. Неравенства Плоткина.
8. Матрицы Адамара и их свойства. Построение максимальных кодов посредством матриц Адамара.
9. Линейные коды. Размерность кода. Порождающая и проверочная матрицы. Неравенство Синглтона. Рекуррентные соотношения для максимальной размерности линейных кодов заданной длины с заданным кодовым расстоянием. Оценки для минимальной длины, максимальной размерности и максимального кодового расстояния линейного кода.
10. Симплексные коды. Построение оптимальных кодов посредством кодов, производных от симплексных.
11. Коды Рида-Маллера. Дуальность кодов Рида-Маллера. Теорема о множестве слов минимального веса в коде Рида-Маллера. Два алгоритма декодирования для кода Рида-Маллера.
12. Сложность реализации функций схемами из функциональных элементов в произвольном конечном базисе. Функция Шеннона. Обобщенное разложение булевых функций. Асимптотически оптимальный метод реализации функций. Нижняя оценка для функции Шеннона. Асимптотика функции Шеннона.
13. Эффективные нижние оценки для сложности реализации функций. Нижняя оценка для линейной функции в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$. Сложность реализации пороговой симметрической функции с порогом 2 в базисе из всех двухместных функций.
14. Эффективные нижние оценки для сложности реализации функций в классе формул. Метод Субботовской.
15. Числа Стирлинга первого и второго рода и их интерпретация. Рекуррентные соотношения для чисел Стирлинга.
16. Схемная реализация сложения, вычитания и умножения целых чисел. Оптимизация умножения чисел методом Карацубы.
17. Сортировка. Сложность схемной реализации двоичной сортировки.
18. Сети сортировки. Сортировка Бетчера. Нижняя оценка для сложности сети сортировки.
19. Условная сортировка. Сортировка посредством сбалансированных деревьев поиска. Пирамидальная сортировка. Нижняя оценка для сложности условной сортировки.
20. Алгоритм Штрассена умножения матриц.
21. Дискретное преобразование Фурье. Вычисление свертки посредством дискретного преобразования. Преобразование Фурье для целочисленных последовательностей.
22. Машины Тьюринга. Тезис Черча. Временная сложность машины Тьюринга. Класс **P**.
23. Недетерминированные машины Тьюринга. Класс **NP**. Задача о выполнимости. Теорема Кука (без доказательства). **NP**-полные задачи.

Литература

1. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / под редакцией С.В. Яблонского и О.Б. Лупанова, т. 1, Москва: Наука, 1974.
2. С.В. Яблонский. Введение в дискретную математику / Москва: Высшая школа, 2002.
3. Ф.Дж. Мак-Вильямс, Н.Дж. Слоэн. Теория кодов, исправляющих ошибки / Москва: Связь, 1979.
4. О.Б. Лупанов. Асимптотические оценки сложности управляющих систем / Москва: Изд-во МГУ, 1984.
5. Р.Г. Нигматуллин. Сложность булевых функций / Москва: Наука, 1991.
6. М. Айгнер. Комбинаторная теория / Москва: Мир, 1982.
7. Дж.Э. Сэвидж. Сложность вычислений / Москва: Изд-во "Факториал", 1998.
8. Г.М. Адельсон-Вельский, Е.М. Ландис. Один алгоритм организации информации / Доклады АН СССР, 1962. Том 146, N 2, с. 263-266.
9. А. Ахо, Д. Хопкрофт, Д. Ульман. Построение и анализ вычислительных алгоритмов / Москва: Мир, 1979.