

Программа курса дискретной математики

4 курс, 3 поток, осенний семестр, 2007–2008 уч. год,

лектор — проф. Н. П. Редькин.

1. Элементы графа, способы задания графов. Геометрическая реализация графов. Пути, цепи, контуры и циклы в графах. Верхняя оценка числа неизоморфных графов с m рёбрами.
2. Деревья. Характеристические свойства деревьев. Верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев с m рёбрами. Теорема Кэли о числе деревьев с заномерованными вершинами.
3. Двудольные графы. Паросочетания и трансверсали. Критерий существования трансверсали (теорема Холла).
4. Сети. Потоки в сетях. Сечения сети. Теорема Форда—Фалкерсона о максимальной величине потока в сети.
5. Булевы функции. Табличные задания булевых функций. Формулы. Простейшие эквивалентности. Разложение булевых функций по переменным; дизъюнктивные нормальные формы. Полнота систем булевых функций. Примеры полных систем. Представление булевых функций полиномами Жегалкина. Функции k -значной логики.
6. Схемы из функциональных элементов в базисе $\{\vee, \&, \neg\}$. Синтез схем использованием ДНФ. Метод Шеннона и асимптотически оптимальный метод синтеза схем. Мощностной метод получения нижней оценки для сложности схем.
7. Полные диагностические тесты для таблиц; оценки длины тестов для таблиц. Тесты для схем. Построение минимальных тестов методом Яблонского. Верхняя оценка длины единичного диагностического теста для схем из функциональных элементов. Синтез легкотестируемых схем. Линейная верхняя оценка длины полного проверяющего теста для схем из функциональных элементов в базисе Жегалкина.
8. Высказывания; предикаты; квантор общности и квантор существования. Геометрический смысл кванторов. Модель; сигнатура модели; формулы в модели. Свободные и связанные переменные. Значение формулы в модели. Истинность формулы в модели, на множестве; тождественно истинные (общезначимые) формулы.

9. Эквивалентность формул. Правила переноса кванторов через отрицание, выноса квантора за скобки и переименования связанных переменных. Приведённые формулы; теорема о приведённых формулах. Нормальные формулы; теорема о нормальных формулах.

Список литературы

- [1] Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. Издание второе. М.: Наука, 1992.
- [2] Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / Под ред. С. В. Яблонского и О. Б. Лупанова. М.: Наука, 1974.
- [3] Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов. М.: Наука, 1990 (с. 87–88, 124–126).
- [4] Клини С. Математическая логика. М.: Мир, 1973.
- [5] Лупанов О. Б. Лекции по математической логике. Часть 1. Часть 2. М.: Изд-во МГУ, 1970.
- [6] Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.
- [7] Редькин Н. П. Надёжность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992.
- [8] Редькин Н. П. Дискретная математика. М. — СПб. — Краснодар: Изд-во «Лань», 2003.
- [9] Редькин Н. П. Дискретная математика. II. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2005.
- [10] Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. Издание второе. М.: Наука, 1986.

Программа курса дискретной математики

4 курс, 3 поток, весенний семестр, 2007–2008 уч. год,

лектор — проф. Н. П. Редькин.

1. Ограниченно-детерминированные функции и автоматы. Способы задания ограниченно-детерминированных функций. Схемы автоматов из функциональных элементов и элементов задержки.
2. Понятие алгоритма. Машина Тьюринга; задание машины Тьюринга системой команд; композиции машин Тьюринга. Тезис Тьюринга. Проблема самоприменимости машин Тьюринга. Алгоритмическая неразрешимость проблемы самоприменимости.
3. Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Свойство префикса. Неравенство Крафта—Макмиллана. Коды с минимальной избыточностью, оптимальное кодирование Хаффмана. Самокорректирующиеся коды. Коды Хемминга. Геометрические свойства кодов Хемминга, оценки числа кодовых слов в коде, исправляющем p ошибок.
4. Дискретные экстремальные задачи.
 - (a) Задача на покрытие; точное решение задачи на покрытие «алгебраическим» методом и методом динамического программирования.
 - (b) Задача о минимальном остовном дереве; алгоритмы решения этой задачи (жадный алгоритм и алгоритм ближайшего соседа). Поиск кратчайшего и надёжного путей в графе; «помечающий» алгоритм решения задачи поиска кратчайшего пути.
 - (c) Градиентный алгоритм поиска приближённого решения задачи на покрытие. Оценка сложности градиентного покрытия. Отклонение градиентного покрытия от минимального.
 - (d) Задача об упаковке в контейнеры; первый (простейший) алгоритм приближённого решения этой задачи. Второй алгоритм приближённого решения задачи об упаковке в контейнеры (с предварительной сортировкой предметов); оценка точности получаемых решений.
 - (e) Классы P и NP . Полиномиальная сводимость задач. Сводимость задачи о выполнимости к задаче на покрытие. NP -полные задачи.
 - (f) Задача об асимптотически минимальной реализации индивидуальной последовательности булевых функций.

Список литературы

[дополнительно к литературе для осеннего семестра]

- [1] Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979.
- [2] Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982.
- [3] Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука. Физматлит, 1971.
- [4] Новиков П. С. Элементы математической логики. М.: Наука. Физматлит, 1973.
- [5] Пападимитриу Х., Стайтглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир, 1985.
- [6] Пензов Ю. Е. Элементы математической логики и теории множеств. Саратов: Изд-во Саратовского университета, 1968.
- [7] Редькин Н. П. Дискретная математика. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ, 2002.
- [8] Фролов А. Б., Андреев А. Е., Болотов А. А., Строгалов А. С. Прикладные задачи дискретной математики в энергетике. М.: Изд-во МЭИ, 1988.
- [9] Чегис И. А., Яблонский С. В. Логические способы контроля работы электрических схем. М.: Труды МИ АН СССР, 1958, т. 51, с. 270–360.