

# Программа курса дискретной математики для экономического отделения

## 1 Комбинаторика

Правило сложения и правило умножения. Декартово произведение множеств. Множество всех подмножеств данного множества. Алгебра множеств. Формула включения-исключения и ее варианты. Неравенства Бонферрони. Применения формулы включения-исключения. Задача Эйлера о беспорядках в перестановках. Функция Эйлера и формула для нее.

Число всех отображений из одного множества в другое. Число инъективных отображений. Возрастающие и убывающие субфакториалы. Перестановки, размещения и сочетания. Число подмножеств данной мощности. Перестановки с повторениями. Полиномиальные коэффициенты и полиномиальная теорема.

Мультимножества и число мультимножеств данной мощности. Число монотонных слов в данном алфавите. Сочетания с повторениями. Упорядоченные разбиения на натуральные слагаемые.

Число сюръективных отображений из одного множества в другое. Числа Стирлинга второго рода и рекуррентные формулы для них. Число разбиений множества на подмножества. Числа Белла.

Полиномиальные последовательности как базисы пространства полиномов. Числа Стирлинга первого рода. Формулы связи между последовательностями и их обращение. Биномиальное обращение и обращение Стирлинга. Вывод формулы для чисел Стирлинга второго рода с помощью биномиального обращения.

Рекуррентная формула для чисел Стирлинга первого рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга первого рода.

Производящие функции. Свертка Вандермонда с биномиальными коэффициентами. Задача Эйлера о размене монет.

Неупорядоченные разбиения на слагаемые и их производящая функция. Формула Эйлера для этой функции. Теорема о числе неупорядоченных разбиений на  $k$  слагаемых.

Числа Каталана. Задача Эйлера о числе триангуляций.

Решение линейных рекуррентных соотношений. Формула Бине для чисел Фибоначчи.

Формула обращения Мебиуса и ряды Дирихле. Формула МакМагона для числа  $k$ -цветных ожерелий.

## 2 Графы

Элементы графа, способы задания графов. Цепи и циклы в графах. Метрическое пространство графа. Группа автоморфизмов графа. Орграфы и мультиграфы.

Реализация графов в трехмерном пространстве. Плоские графы. Формула Эйлера для многогранников. Непланарность пятиугольной звезды и графа задачи о трех домах и трех колодцах. Теорема Понтрягина-Куратовского (без доказательства).

Эйлеровы циклы и цепи. Задача о кенигсбергских мостах. Теорема Эйлера. Покрытие графа наименьшим числом непересекающихся по ребрам цепей.

Гамильтоновы циклы и цепи. Теорема Г. Дирака.

Деревья и их характеристические свойства. Диаметры и центры деревьев. Теорема Жордана о деревьях.

Оценка числа попарно неизоморфных деревьев с данным числом вершин. Число попарно неизоморфных бинарных корневых деревьев и его связь с числами Каталана.

Теорема Кэли о числе различных деревьев с занумерованными вершинами. Коды Прюфера.

Алгоритм поиска минимального остовного дерева.

Хроматическое число графа. Двудольные графы. Критерий двудольности графа. Паросочетания и системы различных представителей. Теорема Холла и ее применения.

Потоки в сетях. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе.

Алгоритм нахождения максимального потока.

Задача о минимальном вершинном покрытии для двудольных графов. Теорема Кенига-Эгервари как следствие теоремы о максимальном потоке и минимальном разрезе. Теорема Холла как следствие теоремы Кенига-Эгервари.

Теорема Рамсея для двуцветных графов и ее обобщения. Теорема Эрдеша-Секереша о существовании выпуклого  $n$ -угольника.

## 3 Кодирование

Алфавитное кодирование. Разделимые коды. Префиксные коды. Неравенство Крафта-Макмиллана. Существование префиксного кода с заданными динами слов.

Графовый алгоритм распознавания делимости кода.

Префиксные коды и деревья. Алгоритм Хаффмена для построения оптимального префиксного кода.

Самокорректирующиеся двоичные коды. Минимальное расстояние кода. Неравенства Хемминга для мощности максимального кода с заданным расстоянием.

Коды Хемминга, их порождающие и проверочные матрицы. Коды Хемминга как совершенные (плотно упакованные) коды. Задача поиска фальшивой монеты.