"ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ СЛОЖНОСТИ"

Программа полугодового спец. курса

Осенний семестр 2003/2004 учебного года

Лектор: проф. О. М. Касим-Заде

1. Теорема Б. А. Субботовской о нижней оценке вида $Cn^{3/2}$ сложности реализации линейной булевой функции от n переменных формулами в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$.

2. Теорема В. М. Храпченко о нижних оценках сложности булевых функций при реализации формулами в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$ и контактными П-схемами. Нижняя оценка вида n^2 сложности реализации линейной булевой функции от n переменных формулами в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$. Нижние оценки сложности реализации формулами в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$: монотонной симметрической булевой функции T_n^k от n переменных с порогом k, булева детерминанта от n^2 переменных.

3. Теорема Э. И. Нечипорука о нижних оценках сложности булевых функций при реализации формулами в произвольном конечном базисе. Нижняя оценка вида $Cn^2/\log_2 n$ сложности реализации функции Нечипорука формулами в произвольном конечном базисе.

4. Преобразование формулы сложности L в произвольном конечном базисе булевых функций в эквивалентную формулу сложности не более CL^a в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$ (в частности, с константой $a = 2.5$ для случая базиса всех двуместных булевых функций).

5. Сравнение базисов. Теорема о полиномиальной оценке сложности булевых функций при сравнении произвольных конечных полных базисов.

6. Глубина булевых функций. Связь между глубиной и сложностью формул в произвольном конечном базисе A. Нижняя оценка вида $D_A(f) \geq \log_2 L_A(f)$. Верхняя оценка вида $D_A(f) \leq C \log_2 L_A(f) + C'$.

7. Оценки сложности реализации монотонной симметрической булевой функции T_n^2 с порогом 2 от n переменных формулами в базисе $\{\&, \vee,\}$; соотношение $L_{\{\&,\vee,\}} = n\lfloor \log_2 n \rfloor + 2(n - 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor})$.

8. Реализация булевых функций схемами из функциональных элементов в бесконечном базисе AC всех антицепных функций. Верхняя оценка $L_{AC}(n) \leq n+1$. Нижняя оценка вида $Cn^{1/3}$ сложности реализации линейной булевой функции от n переменных схемами в базисе AC.

Литература

1. Субботовская Б. А. О реализации линейных функций формулами в базисе $\{\&, \vee, \neg\}$ // Доклады АН СССР. 1961. Т. 136, № 3. С. 553–555.

2. Храпченко В. М. Об одном методе получения нижних оценок сложности П-схем // Математические заметки. 1971. Т. 9, № 1. С. 35–40.

3. Нечипорук Э. И. Об одной булевской функции // Доклады АН СССР. 1966. Т. 169, № 4. С. 765–766.

4. Нигматуллин Р. Г. Сложность булевых функций. М.: Наука, 1991.

5. Сэведж Дж. Э. Сложность вычислений. М.: Факториал, 1998.

7. Касим-Заде О. М. О сложности схем в одном бесконечном базисе // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 1994. № 6. С. 40–44.