

Программа спецкурса по выбору кафедры дискретной математики 2020/2021

1. Минимальные и кратчайшие ДНФ. Допустимые и минимальные конъюнкции. Сокращенная ДНФ. Метод Блейка построения сокращенной ДНФ. Критерий поглощения конъюнкции в ДНФ.
2. Тупиковые ДНФ. Универсальный алгоритм поиска всех тупиковых ДНФ. Алгоритм построения $\text{ДНФ } \bigcap T$. Алгоритм Квайна. Критерий вхождения конъюнкции в $\text{ДНФ } \sum T$. Алгоритм построения $\text{ДНФ } \bigcap T$. Локальные алгоритмы. Отсутствие локального алгоритма построения $\text{ДНФ } \bigcap M$.
3. Максимальная сложность и длина ДНФ для функции от n переменных. Оценки для максимальной длины сокращенной ДНФ. Сокращенная ДНФ для монотонной функции.
4. Поясковые функции. Кратчайшие ДНФ для поясковых функций.
5. Нижняя оценка максимальной длины тупиковой ДНФ для поясковой функции специального вида. Асимптотика максимальной длины тупиковой ДНФ для функции от n переменных.
6. Верхние и нижние оценки для максимального числа тупиковых и кратчайших ДНФ у функции от n переменных.
7. Передача сообщений по каналу связи с ошибками. Расстояние Хэмминга. Кодовое расстояние. Обнаружение и корректирование ошибок. Расстояние Хэмминга. Кодовое расстояние. Связь кодового расстояния с числом исправляемых ошибок.
8. Матрица кода. Рекуррентные соотношения для максимальной мощности кода с заданной длиной и заданным кодовым расстоянием. Неравенство Плоткина. Следствие из неравенства Плоткина для случая произвольного кодового расстояния.
9. Матрицы Адамара и их свойства. Делимость порядка матрицы Адамара на 4. Кронекерово произведение матриц. Построение матрицы Адамара порядка, равного произведению порядков исходных матриц. Матрицы Адамара-Сильвестра.
10. Правильные матрицы. Взаимосвязь матриц Адамара с правильными матрицами. Построение кодов с помощью матриц Адамара. Достижимость оценки Плоткина на кодах, построенных с помощью матриц Адамара. Взаимозависимость существования матриц Адамара и достижимости оценки Плоткина на кодах с кодовым расстоянием, не меньшим половины их длины.
11. Линейный код. Размерность линейного кода. Порождающая и проверочная матрицы. Кодовое расстояние линейного кода. Связь кодового расстояния со свойствами столбцов проверочной матрицы. Границы Синглтона и Варшамова-Гилберта.
12. Рекуррентные соотношения для максимальной размерности линейных кодов заданной длины с заданным кодовым расстоянием. Оценка Граймера. Оценки для минимальной длины, максимальной размерности и максимального кодового расстояния линейного кода, вытекающие из оценки Граймера.
13. Симплексные коды. Построение оптимальных кодов посредством кодов, производных от симплексных. Построение оптимальных кодов посредством кодов, производных от симплексных.
14. Булевы функции. Полином Жегалкина. Код Рида-Маллера r -го порядка, его размерность и кодовое расстояние. Мажоритарное декодирование кода Рида-Маллера. Дуальность кодов Рида-Маллера.
15. Цикломатическое число графа. Критерий отсутствия в графе циклов. Эйлеровы циклы и графы. Число обобщенных циклов в графе.
16. Точки сочленения и мосты в графах. Неразделимые графы. Критерии того, что вершина является точкой сочленения и ребро является мостом. Критерии неразделимости графа.
17. Транспортная сеть. Поток в сети. Величина потока. Максимальный поток. Минимальный разрез. Величина потока через разрез. Соотношение между величиной любого потока и пропускной способностью любого разреза. Насыщенные и ненасыщенные цепи. Критерий максимальной пропускной способности потока в сети. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе.
18. Помечающий алгоритм нахождения максимального потока и минимального разреза в сети. Теорема о существовании целочисленного максимального потока в сети с целочисленными пропускными способностями ребер.
19. Множества ребер, разрезающих все цепи между вершинами графа. Выводимость I-й и II-й теорем Менгера для ориентированных графов из теоремы Форда-Фалкерсона.

20. Покрывающее паросочетание в двудольном графе. Теорема о паросочетаниях в двудольном графе. Обобщение теоремы о паросочетаниях на случай k -паросочетаний в двудольном графе.
21. Система различных представителей. Теорема Холла о системе различных представителей. Теорема о совместной системе различных представителей. Теорема Кёнига.
22. Схемы из функциональных элементов, их сложность. Сложность реализации в стандартном базисе элементарных функций, сравнения и суммирования чисел, заданных в двоичной записи.
23. Безусловная сортировка. Сложность схемной реализации безусловной двоичной сортировки.

Литература

1. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики / под редакцией С.В. Яблонского и О.Б. Лупанова, т. 1, Москва: Наука, 1974.
2. С.В. Яблонский. Введение в дискретную математику / Москва: Высшая школа, 2002.
3. Ф.Дж. Мак-Вильямс, Н.Дж. Слоэн. Теория кодов, исправляющих ошибки / Москва: Связь, 1979.
4. М. Свами, К. Тхуласираман. Графы, сети и алгоритмы / Москва: Мир, 1984.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. М.: Наука, 1992.
6. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
7. Дж.Э. Сэвидж. Сложность вычислений / Москва: Изд-во "Факториал 1998.