

1. Функции алгебры логики (булевы функции). Число булевых функций от n фиксированных переменных. Существенные и несущественные (фиктивные) переменные. Операции удаления и введения несущественной переменной. Равенство булевых функций. Элементарные булевы функции и их свойства.
2. n -мерный единичный куб. Булева функция как подмножество вершин единичного куба.
3. Формулы над множеством булевых функций. Реализация булевых функций формулами. Операция суперпозиции. Эквивалентность формул. Замыкание множества функций. Свойства замыкания. Полные множества функций.
4. Разложение булевой функции по одной и нескольким переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ). Полнота системы $\{x \vee y, x \& y, \bar{x}\}$.
5. Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ).
6. Лемма о сводимости полных систем булевых функций. Существование конечной полной подсистемы в полной системе булевых функций. Примеры полных систем.
7. Полином Жегалкина. Существование и единственность представления булевой функции в виде полинома Жегалкина.
8. Замкнутые классы булевых функций. Классы T_0 и T_1 функций, сохраняющих константы.
9. Монотонные функции. Замкнутость класса M . Лемма о немонотонной функции.
10. Двойственные и самодвойственные функции. Принцип двойственности. Замкнутость класса S . Лемма о несамодвойственной функции.
11. Линейные функции. Замкнутость класса L . Лемма о нелинейной функции.
12. Критерий Поста полноты множества функций в P_2 . Следствие о существовании в любом полном множестве полного подмножества из не более чем 4 функций. Пример базиса в P_2 , состоящего из четырех функций.
13. Предполные классы. Теорема о предполных классах в P_2 .
14. Выборки. Размещения без повторений (перестановки) и с повторениями (упорядоченные наборы). Сочетания без повторений (подмножества) и с повторениями. Производящие функции для числа подмножеств (бином Ньютона) и числа сочетаний с повторениями.
15. Биномиальные коэффициенты (C_n^k) и их свойства. Сумма коэффициентов C_n^k для k , кратного заданному числу.
16. Полиномиальные коэффициенты и их свойства. Полиномиальная теорема.
17. Формула включения-исключения для числа предметов, не обладающих ни одним свойством, и ее применение для решения комбинаторных задач.
18. Неравенства Бонферрони для частичных формул включения-исключения.
19. Производящие функции и их свойства. Операции над производящими функциями: сумма, произведение, деление, дифференцирование и интегрирование. Примеры применения метода производящих функций для решения комбинаторных задач.
20. Рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами (линейные рекуррентные соотношения). Производящая функция для решения линейного рекуррентного соотношения. Теорема об общем виде решения линейного рекуррентного соотношения.
21. Числа Фибоначчи. Рекуррентное соотношение и явная формула (формулы Бине) для чисел Фибоначчи. Свойства чисел Фибоначчи. Существование и единственность разложения натуральных чисел в сумму чисел Фибоначчи. Свойства делимости чисел Фибоначчи.
22. Граф (ориентированный и неориентированный). Основные понятия для графа. Геометрическая реализация графа. Сумма степеней вершин графа. Изоморфизм графов. Подграфы. Подграфы, порожденные подмножествами вершин. Остовные подграфы. Путь, цепь, цикл, простая цепь, простой цикл в графе.

23. Способы задания графа: матрица смежности и матрица инцидентности. Теорема о связи степеней матрицы смежности графа с числом путей между вершинами.
Связность вершин в графе. Связные графы. Компоненты связности графа. Цикломатическое число графа. Теоремы о неотрицательности цикломатического числа и о цикломатическом числе несвязного графа.
24. Дерево. Лес. Критерий равенства цикломатического числа нулю для связного графа и для произвольного графа. Характеристические свойства дерева.
25. Эйлеровы циклы в графе. Эйлеровы графы. Критерий существования эйлера цикла в графе.
26. Остовные деревья. Существование остовного дерева для связного графа.
27. Обобщенные циклы. Линейные комбинации обобщенных циклов. Число обобщенных циклов в графе.
28. Корневые графы. Изоморфизм корневых графов. Верхняя оценка числа неизоморфных корневых деревьев.
Графы на занумерованных вершинах. Теорема Кэли о числе деревьев на занумерованных вершинах. Кодирование деревьев на занумерованных вершинах посредством кода Прюфера.
29. Транспортная сеть. Поток в сети. Величина потока. Максимальный поток. Содержательный смысл задачи о максимальном потоке. Существование максимального потока в сети.
30. Разрез в сети. Пропускная способность разреза. Минимальный разрез. Величина потока через разрез. Соотношение между величиной любого потока и пропускной способностью любого разреза.
31. Критерий максимальности потока в сети. Теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе.
32. Помечающий алгоритм нахождения максимального потока и минимального разреза в сети. Существование целочисленного максимального потока в сети с целочисленными пропускными способностями ребер.
33. Множества ребер и вершин, разрезающих все цепи между вершинами графа. Выводимость реберных и вершинных теорем Менгера для ориентированных и неориентированных графов из теоремы Форда-Фалкерсона.
34. Выводимость теоремы Кенига-Эгервари и ее матричной формы из теоремы Менгера.
35. Теорема Холла и ее приложения. Выводимость теоремы Холла из теоремы Кенига-Эгервари.
36. Точки сочленения и мосты в графах. Неразделимые графы. Критерий того, что ребро является мостом. Критерии неразделимости графа.

Литература

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986.
2. Гаврилов Г.П., Саложенко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. М.: Наука, 1992.
3. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.
4. Айгнер М. Комбинаторная теория. М.: Мир, 1982.
5. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука, 1978.
6. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. М.: Мир, 1966.
7. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: ФИМА, МЦНМО, 2010.
8. Редькин Н.П. Дискретная математика. СПб: Издательство "Лань", 2006.
9. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск: Издательство института математики, 2002.
10. Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973.
11. Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977.
12. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984.
13. Ловас Л., Пламмер М. Прикладные задачи теории графов. М.: Мир, 1998.