



М. М. Галламов

**Расположение звеньев ступенчатой ломаной с целыми вершинами, соединяющей концы отрезка так, что внутри полученного многоугольника нет целых точек**

Пусть отрезок  $AB$  с целыми концами  $A = (q; 0)$  и  $B = (0; p)$  такой, что разложение  $\frac{p}{q}$  в цепную дробь имеет вид  $[0; a_1, 1, a_3, \dots, a_{2N'+1}]$ , а  $S_{AB}^-$  — ступенчатая ломаная, которая имеет только целые вершинами, горизонтальные и вертикальные звеньям, причем внутри многоугольника, ограниченного  $AB$  и  $S_{AB}^-$ , нет целых точек, см. рис. В силу того, что элементы  $a_0 = 0$ ,  $a_2 = 1$  цепной дроби  $[0; a_1, 1, a_3, \dots, a_{2N'+1}]$ , то вертикальные звенья будет иметь длину один, а горизонтальные —  $a_1 + 0$  или  $a_1$ . Получена формула, дающая ординату каждого звена длины  $a_1$ . Доказательство основано на формулах целочисленной аппроксимации отрезка  $AB$ , см. (6) и (7) из [1].

**Список литературы**

[1] М. М. Галламов. Целочисленная аппроксимация отрезка // Чебышевский сборник, 2022, т. 23, вып. 4, с. 20–38. <https://www.mathnet.ru/links/234a67f15bac6686abfb4000f5d3c545/cheb1220.pdf>