**Вопросы по курсу лекций “Механика сплошных сред (МСС)”**

2018/2020 уч.г.; 2/3 курс; 4/5,6 семестры.

Лектор – проф. В.И. Горбачёв

**4-й семестр, 2 курс (весна 2018). Основы механики сплошных сред (ОМСС).**

**Введение в предмет**

1. Основные гипотезы и предположения механики сплошных сред.

2. Объекты исследования в МСС.

3. Что такое координатная система и для чего она вводится? Радиус-вектор точки пространства.

4. Что такое базис координатной системы? Как вводится ковариантный базис в евклидовом пространстве?

5 Переменные Эйлера и переменные Лагранжа. Эйлерова и лагранжева системы координат.

6. Закон движения сплошной среды, его свойства. Основная задача МСС.

7. Подход Лагранжа к изучению движения сплошной среды. Скорость и ускорение материальной точки при лагранжевом подходе.

8. Подход Эйлера к изучению движения сплошной среды. Переход от лагранжевых переменных к эйлеровым и наоборот.

9. Определение полной (материальной) производной. Полная производная в подходах Лагранжа и Эйлера. Местная и конвективная составляющие полной производной по Эйлеру. Ускорение в подходе Эйлера.

10. Установившиеся процессы. Линии тока и траектории частиц. Параметрическое определение линий тока. Показать, что линии тока в установившихся процессах совпадают с траекториями материальных частиц.

11. Потенциальное течение. Необходимые и достаточные условия потенциальности течения.

**Основы тензорного анализа**

1. Геометрическое определение вектора. Приложенные, скользящие и свободные векторы. Векторное поле. Скалярное, векторное и диадное произведение векторов.

2. Координатный ковариантный базис. Разложение вектора по базису. Контравариантные компоненты вектора. Контравариантный базис. Ковариантные компоненты вектора.

3. Прямая и обратная матрица преобразования координат.

4. Преобразование ковариантного базиса. Преобразование контравариантных и ковариантных компонент вектора. Преобразование контравариантного базиса.

5. Определение вектора, как тензора первого ранга.

6. Представление тензора произвольного ранга.

7. Фундаментальный метрический тензор (фундаментальная матрица). Ковариантные компоненты метрического тензора.

8. Почему фундаментальный тензор называется метрическим?

9. Определитель фундаментальной матрицы. Контравариантные компоненты метрического тензора.

10. Поднятие и опускание индексов с помощью метрического тензора. Получение векторов контравариантного базиса с помощью метрического тензора.

11. Показать, что контравариантные компоненты фундаментального тензора есть скалярные произведения контравариантных базисных векторов.

12. Дифференцирование векторов ковариантного базиса. Символы Кристофеля 2-го рода. Выражение символов Кристофеля через компоненты фундаментальной матрицы.

13. Дифференцирование векторов контравариантного базиса.

14. Дифференцирование вектора. Ковариантная производная контравариантных и ковариантных компонент вектора.

15. Дифференцирование тензора любого ранга.

16. Показать, что градиент скалярной функции – тензор первого ранга.

17. Показать, что ковариантная производная компонент вектора является компонентами тензора второго ранга.

18. Показать, что ковариантные производные базисных векторов равны нулю.

19. Показать, что ковариантная производная от компонент метрического тензора равна нулю.

20. Показать, что ковариантная производная любого инвариантного объекта (скаляра, вектора, тензора) совпадает с его частной производной.

**Теория деформаций**

1. Процесс деформации по Лагранжу. Вектор перемещения.

2. Ковариантные компоненты тензора деформаций.

3. Тензор деформаций Грина. Инварианты тензора Грина.

4. Линейная часть тензора деформаций Грина. Формулы Коши.

5. Определение длины элементарного отрезка в актуальной конфигурации через начальную длину и компоненты тензора Грина.

6. Определение направляющих косинусов элементарного отрезка в актуальной конфигурации.

7. Определение угла между двумя направленными элементарными отрезками в актуальной конфигурации.

8. Относительное удлинение направленного элементарного отрезка при деформации тела.

9. Относительные удлинения вдоль координатных осей.

10. Геометрический смысл компонентов тензора деформаций с одинаковыми и разными индексами. Случай малых деформаций.

11. Коэффициент объёмного расширения (дилатация). Случай малых деформаций.

12. Тензор деформаций Альманси.

13. О совпадении тензоров Грина и Альманси при малых деформациях.

14. Что такое условия совместности деформаций и для чего они нужны.

15. Разложение тензора дисторсии на симметричную и антисимметричную части. Смысл симметричной и антисимметричной частей тензора дисторсии.

16. Формулы Чезаро и условия совместности малых деформаций. Разные формы записи условий совместности. Тензор несовместности.

17. Тензор скоростей деформаций.

**Теория напряжений**

1. Напряжения в теле. Метод сечений при исследовании напряжений. Две основные гипотезы в методе сечений.

2. Вектор напряжений на ориентированной площадке. Его основное свойство. Нормальное и касательное напряжение на площадке.

3. Доказательство свойства линейности связи вектора напряжений с вектором ориентированной площадки.

4. Тензор напряжений. Физический смысл компонентов тензора напряжений. Выражение нормального и касательного напряжений на площадке через компоненты тензора напряжений.

5. Формула дифференцирования интеграла по подвижному объёму.

6. Закон сохранения массы. Дифференциальное уравнение неразрывности. Его различные формы записи.

7. Количество движения сплошной среды в некотором объёме.

8. Закон сохранения количества движения среды в выделенном объёме. Векторное дифференциальное уравнение движения сплошной среды. Запись в криволинейной и в декартовой системах координат наблюдателя.

9. Закон сохранения момента количества движения среды в выделенном объёме. Симметрия тензора напряжений.

10. Условия для напряжений на границе тела, где задан вектор распределённых нагрузок.

11. Шаровой тензор и девиатор напряжений.

12. Площадки экстремальных нормальных напряжений. Главные напряжения, главные площадки, главные направления. Доказательство ортогональности главных направлений.

13. Инварианты тензора напряжений. О числе независимых инвариантов тензора напряжений.

14. Площадки экстремальных значений касательных напряжений.

15. Задача об определении площадок, где нормальные и касательные напряжения принимают заданные значения. Круги Мора.

**Простейшие модели сплошных сред**

1. Неполная система уравнений МСС.

2. Понятие об определяющих соотношениях. Математическая модель сплошной среды.

3. Идеальная жидкость (газ).

4. Напряжения в идеальной жидкости (газе).

5. Уравнения движения Эйлера идеальной жидкости (газа).

6. Полная система уравнений движения идеальной несжимаемой и сжимаемой жидкости (газа).

7. Определение баротропной жидкости (газа). Пример.

8. Полная система уравнений движения идеальной баротропной жидкости (газа).

9. Понятие о вязкой жидкости. Тензор напряжений в вязкой жидкости. Тензор вязких напряжений.

10. Линейная вязкая (ньютоновская) жидкость. Тензор вязкостей. Закон Навье-Стокса для анизотропной вязкой жидкости.

11. Анизотропные и изотропные жидкости. Выражение для тензора вязких напряжений в изотропном случае. Коэффициенты вязкости.

12. Закон Навье-Стокса для изотропной жидкости.

13. Давление в вязкой сжимаемой и несжимаемой жидкости.

14. Уравнения движения вязкой анизотропной неоднородной жидкости.

15. Уравнения движения Навье-Стокса для однородной изотропной жидкости. Случай несжимаемости.

16. Полная система уравнений движения вязкой баротропной жидкости.

17. Полная система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости.

18. Понятие о линейном и нелинейном упругом теле.

19. Уравнение неразрывности и уравнение движения в лагранжевых координатах.

20. Прямой и обратный закон Гука для анизотропного тела. Симметрия коэффициентов упругости. Общее число независимых констант упругости анизотропного тела.

21. Типы симметрии упругих материалов. Плоскость симметрии. Две взаимно ортогональных плоскости симметрии упругих свойств. Ортотропный и трансверсально изотропный материал.

22. Изотропный материал. Тензор модулей упругости изотропного материала. Параметры Ламе. Прямой и обратный закон Гука для изотропного тела.

23. Полная система уравнений линейной теории упругости при малых деформациях. Уравнения Ламе для анизотропного и изотропного упругого тела.

24. Определяющие соотношения в теории вязкоупругости. Функции релаксации и ползучести. Стареющие и нестареющие материалы. Операторные соотношения теории вязкоупругости.

25. Определяющие соотношения в теории малых упругопластических деформаций.

**Основы термодинамики сплошных сред**

1. Физическая система и окружающая среда. Изолированные, закрытые и открытые физические системы.

2. Термодинамические параметры. Экстенсивные и интенсивные параметры. Функции состояния.

3. Термодинамическое равновесие. Термодинамический процесс. Термодинамический цикл. Обратимые и необратимые процессы. Адиабатический процесс.

4. Тепловое равновесие. Нулевой закон термодинамики (принцип транзитивности). Существование термодинамического параметра температура.

5. Закон изменения кинетической энергии системы. Внутренняя механическая энергия. Мощность внешних объёмных и поверхностных сил в объёме. Полная энергия системы и закон её изменения. Плотность внутренней механической энергии, закон её изменения. Потенциал напряжений.

6. Закон изменения полной энергии закрытой системы (с учётом теплообмена). Вектор теплового потока через поверхность. Первый закон термодинамики ̶ интегральный и локальный закон сохранения внутренней энергии системы. Уравнение баланса внутренней энергии.

7. Обоснование введения термодинамического параметра ̶ энтропии. Локальное уравнение для плотности энтропии (уравнение баланса энтропии). Скорость изменения энтропии объёма. Производство энтропии в объёме.

8. Второй закон термодинамики. Математическое выражение второго закона термодинамики ̶ неравенство Фурье. Закон возрастания в адиабатически изолированном объёме без стоков тепла.

9. Закон теплопроводности Фурье. Тензор теплопроводности.

10. Термодинамические потенциалы. Внутренняя энергия. Потенциал Гельмгольца. Потенциал Гиббса. Энтальпия. Потенциал энтропия и введение теплоёмкости при постоянной деформации и при постоянном напряжении.

11. Начальное состояние системы. Представление потенциала Гельмгольца в окрестности начального состояния. Определяющие соотношения Дюгамеля-Неймана, выражение для энтропии.

12. Полная система уравнений теплопроводности для неоднородной анизотропной сплошной среды. Нелинейное уравнение теплопроводности и его линеаризация.

13. Начальные и граничные условия для выделения единственного решения уравнения теплопроводности.

**Теория размерности физических величин**

1. Классы систем единиц измерения. Класс MLT. Система единиц CGS и система СИ. Размерные и безразмерные величины.

2. Обозначение размерности величины. Основные и производные единицы. Формула размерности физических величин в данном классе. Показатели размерности. Изменение масштаба единицы измерения.

3. Размерно независимые и размерно зависимые величины. Инвариантность физических законов при переходе к другой системе мер данного класса. Анализ размерностей в физических законах. Π ‒ теорема.

4. Определение периода колебаний математического маятника с помощью анализа размерностей.

5. Задача о сильном взрыве. Определение фронта ударной волны в случае сферического, цилиндрического и плоского взрыва.

6. Задача об обтекании шара установившимся потоком сжимаемого вязкого газа (жидкости). Применение теории размерности для вычисления величины силы, необходимой для удержания шара в потоке. Число Рейнольдса и число Маха. Случай несжимаемой среды и малых чисел Рейнольдса. Парадокс Даламбера.