**Вопросы к экзамену по курсу «Основы механики сплошных сред»**

Лектор - доц. М.У. Никабадзе

**V курс (гр. 507-511),** осенний семестр 2019

1. Определитель Грама. Декартова система координат. Дельта Кронекера. Символы Леви-Чивиты и некоторые свойства.
2. Криволинейная система координат. Координатные линии и поверхности. Ковариантные и контравариантные базисы. Фундаментальная матрица и обратная к ней матрица. Дискриминантный тензор и его компоненты. Свойства компонент дискриминантного тензора. Формулы связи между ковариантными и контравариантными базисными векторами с помощью компонент дикриминантного тензора.
3. Единичный тензор второго ранга и его компоненты в различных базисах. Изотропный тензор второго ранга. Изотропные (базисные) тензоры четвертого ранга. Представления произвольного изотропного тензора четвертого ранга при различных симметриях его компонент. Формулы преобразования компонент тензоров при переходе от одной системы координат к другой.
4. Определитель тензора второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора, а также символов Леви-Чивиты. Тензор алгебраических дополнений (тензор кофакторов) для тензора второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора. Обратный тензорный признак (или теорема о делении тензора).
5. Обратный тензор к тензору второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора. Формулировки задач на собственные значения для тензора второго и четвертого ранга. Их характеристические уравнения и канонические представления. Канонический (главный) базис и главные направления. Инварианты тензоров второго и четвертого ранга. Выражения классических инвариантов (имеющихся в характеристическом уравнении) второго и четвертого ранга через первые инварианты их степеней и обратно. Теорема Гамильтона-Кели.
6. Представление тензора в виде суммы симметричного и кососимметричного тензоров, а также в виде суммы шарового тензора и тензора девиатора. Сопутствующий кососимметричному тензору вектор. Формулы связи между кососимметричным тензором и сопутствующим ему вектором. Ортогональный тензор (тензор поворота) и его представление с помощью угла поворота и единичного направляющего вектора оси вращения. Условие ортогональности двух тензоров. Канонические представления кососимметричного и ортогонального тензоров.
7. Символы Кристоффеля первого и второго рода и их выражения через компоненты единичного тензора второго ранга. Ковариантные и контравариантные производные от компонент тензора второго ранга. Условия коммутативности повторных ковариантных производных от компонент тензора. Тензор кривизны Римана.
8. Набла-оператор Гамильтона. Градиент, дивергенция и ротор от тензора. Тензор-оператор несовместности от тензора второго ранга. Его выражение и различные эквивалентные формы равенства нулю.
9. Положительно-определенный тензор. Теорема о полярном разложении тензора. Доказать, что тензоры **Q·Q**T и **QT·Q,** где **Q –** произвольный невырожденный тензор второго ранга, положительно-определенные, и имеют одни и те же характеристические уравнения, а также – одни и те же собственные значения.
10. Предмет курса «Основы механики сплошных сред» (ОМСС). Понятие сплошной среды. Поле некоторой физической величины. Закон движения сплошной среды. Два подхода (способа) к описанию движения: лагранжев и эйлеров. Переход от лагранжева описания к эйлерову и обратно. [3,4,17]
11. Материальная (индивидуальная, полная) производная по времени. Формулы для вычисления ускорения по скорости при лагранжевом и эйлеровом описаниях. Переменное тензорное поле, процесс изменения тензора, предыстория тензора. Локальные базисы и ковариантные производные в отсчетной и актуальной фигурациях. [3,4,17]
12. Градиент деформации, транспортированный градиент деформации, обратный градиент деформации, обратный транспонированный градиент деформации и их представления в ортонормированном базисе декартовой системы координат. Связь между набла-операторами в отсчетной и актуальной конфигурациях. [17,21]
13. Меры деформаций: правые и левые меры деформаций Коши-Грина и Альманзи. Доказательство их положительной определенности. Их канонические представления и инварианты. Геометрическое (механическое) истолкование диагональных и недиагональных компонент правой меры деформаций Коши-Грина и левой меры деформаций Альманзи. Формулы, связывающие единичные векторы в точке *M* сплошной среды в отсчетной и актуальной конфигурациях. [17,21]
14. Тензоры деформаций: правые и левые тензоры деформаций Коши-Грина и Альманзи. Их выражения через соответствующие меры деформаций и единичный тензор второго ранга, а также с помощью градиента деформации. Компоненты тензоров деформаций. [3,17,21]
15. Вектор перемещений. Выражения для градиента деформации, мер и тензоров деформаций через вектор перемещений. Тензоры линейных и малых деформаций. [3,4,17,21]
16. Теорема о полярном разложении градиента деформации. Правый и левый тензоры искажений. Ортогональный тензор, сопровождающий деформацию. Канонические представления тензоров искажений. Представления ортогонального тензора, сопровождающего деформацию и градиента деформаций через собственные векторы тензоров искажений. [3,17,21]
17. Представления тензоров деформаций в собственных базисах (Канонические представления тензоров деформаций). Геометрический (механический) смысл собственных значений правого тензора искажений. [17,21]
18. Скоростные характеристики движения сплошной среды. Вектор скорости. Полная производная тензора по времени. Частная (локальная) и конвективная производные по времени. Дифференциал тензора (переменного тензорного поля). Свойства производных по времени. [17,21]
19. Градиент скорости, транспонированный тензор градиент скорости, скоростей деформаций и тензор вихря. Сопутствующий тензору вихря вектор вихря. Теорема Коши-Гельмгольца (о распределении скоростей в бесконечно малой окрестности любой точки сплошной среды). Дивергенция вектора скорости. Механический смысл дивергенции вектора скорости. Условие несжимаемости среды. [17,21]
20. Каноническое представление тензора скоростей деформаций. Механический (геометрический) смысл собственных значений тензора скоростей деформаций. Представление тензора вихря в собственном базисе тензора скоростей деформаций. [17,21]
21. Геометрическая картина преобразования малой окрестности точки сплошной среды при бесконечно малых преобразованиях. Кинематический смысл вектора вихря. Тензор угловой скорости вращения (спин). Различные варианты спинов в зависимости от выбора ортонормированного базиса (собственных векторов различных тензоров). [17,21]
22. Соотношения между скоростями мер и тензоров деформаций и градиентами скорости. [17,21]
23. Условия совместности для компонент тензоров деформаций. Уравнения совместности Сен-Венана в случае малых деформаций. [1,3,4]
24. Циркуляция скорости. Формула стокса. Потенциал скорости. Формула Гаусса-Остроградского. Понятие потока вектора через поверхность. Дифференцирование по времени интеграла по подвижному объему. [1,3,4]
25. Формулировка закона сохранения массы для конечного индивидуального объема сплошной среды и для неподвижного пространственного объема. Уравнение неразрывностей при эйлеровом и при лагранжевом описании среды. Уравнение неразрывности для несжимаемой среды. [1,3,4]
26. Массовые и поверхностные силы, действующие на сплошную среду. Вектор напряжения. Закон сохранения количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Формула Коши, связывающая вектор напряжения на любой площадке с векторами напряжений на трех фиксированных взаимно перпендикулярных площадках. Тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент в декартовой системе координат. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Сопряженные пары тензоров. [3,4, 17]
27. Формулировка закона сохранения момента количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Тензор моментных напряжений. Дифференциальное уравнение момента количества движения. Условия, при которых симметрия тензора напряжений является следствием закона сохранения момента количества движения. [1,3,4]
28. Жидкости и газы в механике сплошных сред. Тензор напряжений в покоящейся жидкости. Давление. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера. Полные системы механических уравнений для несжимаемой идеальной жидкости и для баротропных движений сжимаемой идеальной жидкости (газа). Условие непроницаемости на поверхности твердых тел. Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа. [1,3,4]
29. Вязкая жидкость. Линейно-вязкая (ньютоновская) жидкость. Связь между компонентами тензоров вязких напряжений и скоростей деформаций в изотропной линейно-вязкой жидкости (закон Навье-Стокса). Первый и второй коэффициенты вязкости (коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости). Кинематический коэффициент вязкости. [1,3,4]
30. Уравнения Навье-Стокса. Граничное условие прилипания на поверхности твердых тел. Полная система уравнений несжимаемой линейно-вязкой жидкости. [1,3,4]
31. Упругая среда. Линейно-упругая среда. Закон Гука для изотропной линейно-упругой среды при изотермическом деформировании. Физический смысл коэффициентов, входящих в закон Гука. [1,3,4]
32. Замкнутая система уравнений линейной теории упругости (для изотермических процессов). Различные типы граничных условий. Уравнения Навье-Ламе для линейно-упругих сред. [1,3,4]
33. Теорема живых сил (теорема о кинетической энергии) для системы материальных точек и для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Работа внутренних поверхностных сил в идеальной жидкости. [1,3,4]
34. Закон сохранения энергии – Первый закон термодинамики. Формулировка закона сохранения энергии для конечного индивидуального объема сплошной среды. Работа внешних сил. Приток тепла. Теплопроводность. Вектор потока тепла. [1,3,4]
35. Дифференциальное уравнение энергии. Уравнение притока тепла (уравнение внутренней энергии). Выражение для притока тепла к малой частице за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье для изотропной и анизотропной среды. [1,3,4]
36. Совершенный газ. Уравнение притока тепла для идеального газа. Удельные теплоемкости в процессах с постоянным объемом и с постоянным давлением. Формула Майера. Связь между давлением и плотностью при адиабатическом движении идеального совершенного газа (адиабата Пуассона). [1,3,4]
37. Второй закон термодинамики (формулировка, содержащая понятие энтропии). Обратимые и необратимые процессы. Приток энтропии извне и производство энтропии. [1,3,4]
38. Формулировка второго закона термодинамики для конечного индивидуального объема сплошной среды. Дифференциальное уравнение энтропии. Производство энтропии. [1,3,4]

Список литературы

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Том I и II, пятое издание (1994г.)
2. Илюшин А.А. Механика сплошной среды. 1990.
3. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. 2006.
4. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. 2008.
5. Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды. 2014.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 1987.
7. Черный Г.Г. Газовая динамика. 1988.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. 2001.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости
10. Амензаде Ю.А. Теория упругости. 2003.
11. Тимошенко С.П. и Дж. Гудьер. Теория упругости. 1979.
12. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела.
13. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1, 2. Под ред. М.Э. Эглит. 2017.
14. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 1, 2
15. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. М.: Изд-во иностр. Литературы, 1963.
16. Eringen A.C. Microcontinuum field theories: foundations and solids. 1999.
17. Димитриенко Ю.И. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред. Том 2. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. М.: 2011, 559 с.
18. Димитриенко Ю.И. Тензорный анализ. Том 1. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. М.: 2011, 463 с.
19. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М., изд-во МГУ, 1986. 264 с.
20. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов. М., Наука, 1978. 296 с.
21. Курс лекций, прочитанный лектором.

Замечание. Запись типа [17,21] в конце вопросов означает, что эти вопросы желательно подготовить по 17-ой книге из списка литературы и по курсу лекций, прочитанному лектором. Аналогично запись [1,3,4] означает, что эти вопросы желательно подготовить по 1-ой или по 3-ей, или же по 4-ой книге из списка литературы и т.д. Вопросы по тензорному исчислению (1-9) можно подготовить по книгам [18,19,20] и по курсу лекций, прочитанному лектором. Остальные книги можно использовать по мере надобности.