

Программа годового обязательного специального курса, 3 курс (2019-2020).
"Механика деформируемого твёрдого тела (МДТТ)"
МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, кафедре механики композитов.
Лектор: профессор В.И. Горбачев.

Осенний семестр.

1. Абсолютно твёрдое и деформируемое твёрдое тело. Гипотеза сплошности. Единая система декартовых координат. Радиус вектор точки. Начальная, текущая и конечная конфигурации.
2. Тензор деформаций Грина. Выражение элемента длины, элемента площади, элемента объёма через тензор Грина.
3. Тензор малых деформаций Коши. Геометрический смысл компонент тензора малых деформаций.
4. Формулы Чезаро. Условия совместности малых деформаций.
5. Напряжения в твёрдом деформируемом теле. Вектор напряжения на площадке. Доказательство свойства линейности связи вектора напряжений с вектором ориентированной площадки. Нормальные и касательные напряжения. Тензор напряжений. Симметрия тензора напряжений. Граничные значения внутренних усилий.
6. Начально-краевые задачи МДТТ. Понятие об определяющих соотношениях.
7. Первый закон термодинамики. Скорость прироста тепла. Закон сохранения энергии в адиабатических и не адиабатических процессах. Второй закон термодинамики. Уравнение баланса энтропии. Определяющие соотношения, следующие из внутренней энергии. Адиабатические модули упругости. Свободная энергия. Соотношения Дюгамеля-Неймана. Термодинамический потенциал Гиббса.
8. Закон теплопроводности Фурье. Нелинейное и линейное уравнения теплопроводности. Постановка связанных и несвязанных задач термоупругости.
9. Прямые и обратные соотношения Дюгамеля-Неймана. Количество независимых констант тензора модулей упругости в общем случае. Случай упругой симметрии. Ортоотропное и трансверсально-изотропное упругое тело. Случай полной изотропии.
10. Параметры Ламе. Ограничения на параметры Ламе. Модуль объёмного сжатия. Модули сдвига и Юнга. Коэффициент Пуассона. Пределы изменения коэффициента Пуассона.
10. Оператор Ламе. Самоспряженность оператора Ламе. Различные формы записи уравнений Ламе.
11. Статические задачи теории упругости. Первая краевая задача, вторая краевая задача и смешанная краевая задача.
12. Постановка второй краевой задачи в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Мичела. Функция напряжений.
13. Принцип виртуальных перемещений. Функционал Лагранжа. Вариационный принцип Лагранжа.
14. Функционал Кастильяно. Вариационный принцип Кастильяно. Функционал Рейснера и его свойства.
15. Теорема Клайперона о работе деформации. Теорема о единственности решения статической задачи теории упругости.
16. Локальное и интегральное тождества Бетти. Теоремы взаимности. Примеры практического применения теорем взаимности.
17. Тензор Грина. Теорема Максвелла о симметрии тензора Грина.
18. Формулы Грина (представление решения статической краевой задачи теории упругости через тензор Грина и входные данные задачи).
18. Формулы Соммиани (представление решения статической краевой задачи через перемещения на всей поверхности тела и через распределённую нагрузку на всей поверхности тела).
19. Формулы представления решения задачи для неоднородного тела через решение такой же задачи для однородного тела той же самой формы.
20. Частные решения уравнений Ламе. Решение Папковича-Нейбера. Решение Галеркина.
21. Задача Кельвина. Тензор Кельвина.
22. Решения уравнений Ламе с особенностями высшего порядка. Двойная сила без момента. Центр дилатации. Линия центров дилатации. Двойная сила с моментом. Центр вращения.
23. Задача Буссинеска.

Весенний семестр.

1. Постановка начально-краевых задач динамической задачи теории упругости. Условия гиперболичности уравнений движения. Основные типы граничных условий. Условия на поверхностях разрыва коэффициентов (контактные условия).
2. Основные частные задачи общей динамической задачи (определения). Задача Коши. Задача о свободных колебаниях тела. Задача об установившихся колебаниях тела (стационарная динамическая задача). Задача о собственных колебаниях тела. Собственные частоты. Резонанс. Задача дифракции.
3. Волны в твёрдом теле. Основные определения: Что есть волна? Колебания. Период и частота волн. Дисперсия волн. Дисперсионное уравнение. Продольная и поперечная волны. Плоская волна. Сферическая волна.
4. Волны в бесконечной изотропной упругой среде (задача Коши).
5. Волновое уравнение. Оператор Даламбера. Волновые потенциалы.
6. Волны дилатации и волны сдвига.
7. Плоская волна в бесконечном упругом пространстве. Решение Даламбера одномерного волнового уравнения.
8. Плоская волна в произвольном направлении.
9. Плоские гармонические волны: – амплитуда, волновое число, частота волны, период, длина волны.
10. Волны в анизотропной среде.
11. Плоские поверхностные волны Релея.
12. Плоские поперечные волны Лява. Дисперсия волн Лява.

13. Плоская задача. Плоская деформация и условия её реализации. Деформации и перемещения при плоской деформации. Прямые и обратные определяющие соотношения при плоской деформации. Продольное напряжение при плоской деформации трубы. Постановка задачи о плоской деформации в однородном изотропном случае. Условия совместности при плоской деформации.
14. Плоское напряжённое состояние и чисто плоское напряжённое состояние. Обратные и прямые определяющие соотношения при плоском напряжённом состоянии. Поперечная деформация и условия совместности при плоском напряжённом состоянии.
15. Обобщённое плоское напряжённое состояние и условия его реализации. Анализ поперечных напряжений в пластине. Постановка плоских задач теории упругости. Получение решения задачи для диска из решения задачи о плоской деформации. Условия совместности при обобщённом плоском напряжённом состоянии.
16. Постановка плоской задачи в напряжениях. Функция напряжений Эри во второй краевой задаче. Уравнение и граничные условия для функции напряжений. Физический смысл функции напряжений. Теорема Мориса-Леви.
17. Определение деформаций и перемещений по функции напряжений.
18. Введение комплексных переменных. Теорема Гурса о представлении бигармонической функции через две функции комплексной переменной. Комплексные потенциалы.
19. Комплексная функция перемещений. Представление через комплексные потенциалы.
20. Представление напряжений и граничных условий через комплексные потенциалы.
21. Полярные координаты. Представление комплексных перемещений и напряжений в полярных координатах.
22. Задача Ламе о трубе под давлением. Решение задачи Ламе в перемещениях. Решение задачи Ламе с помощью функции напряжений Эри. Решение задачи Ламе методом ТФКП.
23. Ползучесть и релаксация при нагружении образцов. Феноменологический и механический подходы к построению определяющих соотношений реономных материалов.
24. Модель Максвелла. Модель Фойхта. Модель Кельвина. Дифференциальная модель определяющих соотношений вязкоупругости.
25. Интегральные определяющие соотношения линейной теории вязкоупругости. Сингулярные и регулярные ядра ползучести и релаксации. Запись Больцмана. Функции ползучести и релаксации. Стареющие и нестареющие вязкоупругие материалы.
26. Экспериментальное определение функций ползучести и релаксации. Как по заданной функции ползучести построить функцию релаксации?
27. Влияние температуры. Температурно-временная аналогия.
28. Обобщение простейших моделей на трёхмерный случай. Общий вид определяющих соотношений для неоднородного анизотропного вязкоупругого тела. Постановка задач в общем случае. Случай изотропного вязкоупругого тела. Постановка задач теории вязкоупругости для однородного изотропного тела.
29. Преобразование Лапласа–Карсона и его основные свойства. Постановка задач теории нестареющих вязкоупругих тел в изображениях.
30. Метод аппроксимаций А.А. Ильюшина.
31. Задача о вязкоупругой трубе под давлением.
32. Диаграмма растяжения. Условная и истинная диаграммы напряжений. Основные точки на диаграмме. Аддитивность упругой и пластической деформации.
33. Девиатор напряжений и девиатор деформаций. Модуль девиатора напряжений и девиатора деформаций. Направляющие тензоры напряжений и деформаций. Интенсивность напряжений и интенсивность деформаций.
34. Представление тензора напряжений через скалярные и векторные характеристики напряжённого состояния. Понятие о простом и сложном нагружении. Активное нагружение и разгрузка.
35. Теория малых упруго-пластических деформаций А.А. Ильюшина (ТМУПД). Основные предположения и гипотезы ТМУПД.
36. Гипотеза единой кривой. Связь между девиаторами напряжений и деформаций. Функция пластичности А.А. Ильюшина.
37. Запись определяющих соотношений ТМУПД с помощью функции пластичности.
38. Метод упругих решений А.А. Ильюшина. Логистика метода упругих решений.
39. Метод переменных параметров упругости И.А. Биргера. Логистика метода переменных параметров упругости.

Дополнительно рекомендуемая литература.

1. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. 2-е изд. МГУ, Москва, 1979.
2. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. МГУ, Москва, 1995.
3. Новацкий В. Теория упругости. М., Мир, 1975.
4. Ильюшин А.А. Пластичность. Гостехиздат, 1948.
5. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М., Изд-во АН СССР, 1963.
6. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., Наука, 1970.
7. Безухов Н.И. Основы теории упругости пластичности и ползучести. М., Высшая школа, 1968.
8. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М., Наука, 1969.