**ВОПРОСЫ К ЛЕКЦИЯМ «МЕХАНИКА СПЛОШНЫХ СРЕД (МДТТ)» – весна 2019**

**3 курс; 6 семестр. Лектор – проф. В.И. Горбачёв**

**Введение в МДТТ и постановки задач (лекции 1-3).**

1. Абсолютно твёрдое тело и деформируемое твёрдое тело (МДТТ). Основная задача МДТТ. Точка и ориентированная точка деформируемого тела
2. Разделы МДТТ ̶ теория напряжений, теория деформаций, теория определяющих соотношений.
3. Понятие об упругости, вязкоупругости, пластичности. Механика композитов.
4. Определяющие соотношения линейной теории упругости. Тензор модулей упругости и тензор податливостей. Упругий потенциал. Количество независимых коэффициентов упругости в общем случае анизотропии. Условие положительной определённости упругого потенциала.
5. Плоскость симметрии коэффициентов упругости. Ортотропный и трансверсально изотропный материалы.
6. Изотропный материал. Параметры Ламе. Модуль сдвига, модуль Юнга, коэффициент Пуассона. Модуль объёмного растяжения (сжатия). Пределы изменения коэффициента Пуассона.
7. Среднее гидростатическое напряжение. Объёмная деформация в случае малых деформаций. Девиатор деформаций и девиатор напряжений. Интенсивность деформаций сдвига. Интенсивность касательных напряжений.
8. Вид упругого потенциала в изотропном случае (представление через объёмную деформацию и интенсивность деформаций сдвига).
9. Уравнения динамической теории упругости в общем случае неоднородного анизотропного тела.
10. Уравнения в перемещениях в случае однородного изотропного тела (уравнения Ламе). Векторная форма уравнений Ламе. Оператор Ламе.
11. Основные начально-краевые задачи теории упругости.
12. Постановка в перемещениях первой, второй и смешанной статических задач теории упругости.
13. Условия на внешние объёмные и поверхностные силы для равновесия деформируемого твёрдого тела.
14. Постановка второй краевой задачи теории упругости в напряжениях.
15. Условия совместности малых деформаций. Условие совместности в напряжениях в общем случае анизотропной теории упругости и в случае изотропии.
16. Тензор функций напряжений в случае потенциальных объёмных сил.
17. Уравнения Бельтрами-Мичелла.
18. Симметризация уравнений Бельтрами-Мичелла. Постановка Б.Е. Победри 2-й краевой задачи.

**Общие теоремы и методы теории упругости (лекции 3-6).**

1. Теорема Кирхгофа о единственности решения статической задачи теории упругости.
2. Принцип виртуальных перемещений в общем случае определяющих соотношений. Закон изменения полной внутренней энергии.
3. Теорема о единственности решения динамической задачи теории упругости.
4. Теорема Клайперона о работе малых деформаций при равновесии деформируемого твёрдого тела.
5. Функционал Лагранжа. Вариационный принцип Лагранжа в статических задачах теории упругости.
6. Функционал Кастильяно. Вариационный принцип Кастильяно в статических задачах теории упругости.
7. Вариационный принцип Рейснера.
8. Причины и следствия при нагружении упругого тела. Локальное и интегральное тождество Бетти.
9. Вторая форма теоремы взаимности Бетти. Теорема взаимности Бетти.
10. Примеры применения теоремы взаимности.
11. Тензор перемещений Грина 1-го и 2-го рода. Физический смысл и математическая формулировка задачи о тензоре Грина.
12. Теорема Максвелла о симметрии тензора Грина.
13. Формулы Грина.
14. Формулы Сомилианы.
15. Формулы Горбачёва.
16. Представление решения уравнений Ламе: представление Нейбера.
17. Представление решения уравнений Ламе: представление Папковича.
18. Представление решения уравнений Ламе: представление Галёркина.

**Классические задачи теории упругости (лекции 7-9).**

1. Задача Кельвина о действии сосредоточенной силы в точке бесконечного упругого однородного изотропного пространства.
2. Характер особенности вектора перемещений Кельвина в точке приложения силы.
3. Решения уравнений Ламе с особенностями более высокого порядка, чем решение Кельвина.
4. Силовые факторы, приводящие к решениям к особенностям более высокого порядка: двойная сила без момента, двойная сила с моментом.
5. Постановка первой и второй краевых задач для однородного изотропного упругого полупространства.
6. Прямое и обратное преобразование Фурье.
7. Общая схема решения первой и второй краевых задач для полупространства методом преобразования Фурье.
8. Задача Буссинеска.

**Плоская задача теории упругости (лекции 10-14).**

1. Плоская задача теории упругости. Плоская деформация.
2. Плоское напряженное состояние пластины. Обобщённое плоское напряженное состояние. Условия его реализации.
3. Постановка плоской задачи в перемещениях и в напряжениях.
4. Теорема Мориса-Леви.
5. Функция напряжений Эри. Уравнение и граничные условия для функции Эри.
6. Физический смысл функции Эри.
7. Уравнение для функции Эри в полярных координатах.
8. Задача Ламе о бесконечной трубе под давлением.
9. Комплексные переменные в плоской задаче.
10. Формула Колосова-Мусхелишвили представления перемещений через функции комплексного переменного. Случай полярных координат.
11. Представление напряжений через комплексные потенциалы. Случай полярных координат.

**Динамические задачи теории упругости (лекции 15-17).**

1. Постановка динамических задач теории упругости. Условия гиперболичности системы динамических уравнений теории упругости.
2. Основные типы динамических задач: задача Коши, свободные колебания, установившиеся колебания.
3. Собственные колебания. Постановка задачи о собственных колебаниях. Собственные частоты, резонанс, дифракция, волны.
4. Возмущения в теле. Распространение возмущений. Колебания и волны.
5. Период и частота волны. Продольные и поперечные волны. Дисперсия волн.
6. Волны в бесконечной однородной изотропной среде. Оператор Даламбера. Скорость продольной и поперечной волны.
7. Плоские волны в бесконечном пространстве. Решение Даламбера для одномерного волнового уравнения.
8. Плоская гармоническая волна. Волновое число Частота колебаний. Длина волны. Период волны. Амплитуда и скорость волны.
9. Волны в анизотропной среде.
10. Поверхностные волны Релея. Плоская волна Релея.
11. Понятие о волнах Лява.

**Теория пластичности (лекции 17-19).**

1. Растяжение образца. Продольная деформация. Условное и истинное напряжение. Условная и истинная диаграмма деформирования материала.
2. Характерные точки на диаграмме деформирования. Участок линейной и нелинейной упругости. Разгрузка. Упругая и пластическая (остаточная) деформации. Эффект Баушингера. Петля Гистерезиса. Деформационная анизотропия. Эффект упрочнения.
3. Упрощённые диаграммы деформирования. Жёстко-пластический материал. Идеальный упруго-пластический материал. Упруго-пластический материал с линейным упрочнением. Упруго-пластический материал с площадкой текучести.
4. Девиатор напряжений. Модуль девиатора напряжений. Направляющий тензор напряжений. Векторные и скалярные характеристики напряжённого состояния. Интенсивность напряжений. Связь интенсивности напряжений с интенсивностью касательных напряжений. Простые и сложные процессы нагружения.
5. Девиатор деформаций. Модуль и направляющий тензор девиатора деформаций. Интенсивность деформаций. Случай пластически несжимаемого материала.
6. Активное нагружение и разгрузка. Теория малых упруго-пластических деформаций (ТМУПД). Функция пластичности А.А. Ильюшина.
7. Постановка задачи ТМУПД при активном и пассивном нагружении.
8. Метод упругих решений Ильюшина.
9. Метод переменных параметров упругости Биргера.
10. Теория пластического течения. Отличие теории пластического течения от деформационной теории пластичности. Условие текучести. Поверхность текучести, её инвариантность.
11. Условие пластического течения Треска ̶ Сен-Венана. Условие текучести Мизеса. Изображение поверхности текучесть в пространстве главных напряжений.
12. Основные предположения при построении теории пластического течения. Пластическая несжимаемость. Поверхность текучести. Гипотеза градиентальности. Постулат Дракера (Druker D.A.).
13. Вывод определяющих соотношений теории пластического течения.

**Теория вязкоупругости (лекции 20-21).**

1. Склерономные и реономные деформируемые твёрдые тела. Ползучесть и релаксация. Типичные диаграммы ползучести и релаксации.
2. Основные требования к моделям вязкоупругости. Пружина ̶ упругий элемент. Поршень ̶ вязкий элемент.
3. Модель Максвелла (последовательное соединение элементов). Прямые и обратные определяющие соотношения.
4. Модель Фойхта (параллельное соединение элементов). Прямые и обратные определяющие соотношения.
5. Модель Кельвина (последовательное соединение пружины с элементом Фойхта). Прямые и обратные определяющие соотношения.
6. Дифференциальное и интегральное обобщения механических моделей.
7. Сингулярные ядра ползучести и релаксации. Запись Больцмана одномерных определяющих соотношений в виде интегралов Стилтьеса. Функции ползучести и релаксации. Обобщение на случае сложного напряжённо деформированного состояния. Случай нестареющих материалов.
8. Постановка динамической задачи теории вязкоупругости.
9. Преобразование Лапласа ‒ Карсона. Основные его свойства. Постановка задачи для изображений.
10. Метод аппроксимаций А.А. Ильюшина.

**Механика композитов (лекции 22-24).**

1. Определение композиционного материала. Представительный объем. Ячейка периодичности. Структурная классификация композитов. Понятие об эффективных характеристиках.
2. Первая специальная краевая задача (первая СКЗ) для теоретического вычисления эффективных определяющих соотношений типа .
3. Вторая специальная краевая задача (вторая СКЗ) для теоретического вычисления эффективных определяющих соотношений типа .
4. Упругий композиционный материал. Представление решения первой СКЗ через структурные функции.
5. Постановка задачи для вычисления структурных функций. Формула для эффективных модулей упругости в общем случае зависимости модулей упругости композита от координат.
6. Теорема о симметрии и положительной определённости эффективных модулей упругости.
7. Аналитическое определение структурных функций и эффективных модулей упругости в случае бесконечного в плане слоя из анизотропного упругого материала, неоднородного по толщине.
8. Метод Бахвалова ̶ Победри в задачах механики композитов с периодической структурой. Случай стержня периодически неоднородного по длине. Быстрая (локальная) и медленная (глобальная) переменные. Переход к безразмерной глобальной координате. Малый геометрический параметр.
9. Сведение исходной смешанной краевой задачи для периодически неоднородного стержня к двум рекуррентным последовательностям задач для структурных функций и для задач об однородном стержне с эффективным модулем упругости.
10. Метод интегральных представлений для задач эллиптического типа с переменными по координатам коэффициентами. Исходная и сопутствующая задачи. Задача для тензора Грина.
11. Проверка интегральной формулы путём подстановки решения в исходное уравнение и граничные условия.

**Список рекомендуемой литературы:**

1. Новацкий В. Теория упругости. М., МИР, 1975. 872 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. Т.2. М.: Наука, 1986.
3. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. Изд. 2-е. М.: ЛЕНЛАНД, 2018. 208 с.
4. Победря Б.Е.. Численные методы в теории упругости и пластичности. М., МГУ, 1995.
5. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М., МГУ, 1984.
6. Ильюшин А.А.. Пластичность. Гостехиздат, 1948.
7. Ильюшин А.А.. Пластичность. Основы общей математической теории. М., Изд-во АН СССР, 1963.
8. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., Наука, 1970.
9. Безухов Н.И.. Основы теории упругости пластичности и ползучести. М., Высшая школа, 1968.
10. Качанов Л.М.. Основы теории пластичности. М., Наука, 1969.
11. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006.
12. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. Изд. 2-е, испр. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
13. Механика сплошных сред в задачах (ред. М.Э. Эглит). Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: ЛЕНЛАНД, 2017. 640 с. (Классический учебник МГУ.)
14. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1979.
15. Георгиевский Д.В. Избранные задачи механики сплошной среды, 2018. 560 с.