Неалгебраические конечные элементы и их приложения в вычислительной МДТТ

Колесников И.Ю.
Геофизический центр РАН, Россия, Москва
kol@wdcb.ru

Построены неалгебраические (из наборов синусоидальных, экспоненциальных и полилинейных функций) интерполяционные многочлены Лагранжа для равноотстоящих узлов на замкнутых множествах единичного куба: отрезке [0,1]; границе квадрата; границе куба; квадрате и кубе. В окрестностях углов реализуется наилучший линейный метод приближения в форме сумм Фавара. В одномерном случае на классе непрерывно дифференцируемых функций с ограниченной второй производной, скорость сходимости интерполяционного процесса характеризуется величиной $O(n^{-3})$, где n - число узлов вдоль отрезка [0,1]. При расположении узлов на границе квадрата (с возможностью выбора различного числа точек на разных сторонах) интерполяционные суммы Лагранжа строились в форме решений задачи Дирихле для уравнения Лапласа при задании на контуре тригонометрических интерполяций с улучшенной сходимостью в углах. Для равноотстоящих узлов на границе куба интерполяции Лагранжа находились как приближенные аналитические решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в кубе с использованием: последовательного исключения узловых неоднородностей в вершинах, на ребрах и гранях куба; принципа суперпозиции в сочетании с методом прямых и конечными рядами Фурье. Сворачивание многократных сумм для углов дало минимальное число слагаемых $O(n^2)$ в фундаментальных многочленах для всех граничных узлов куба. Существенно, что в отличие от алгебраической интерполяции, для квадрата и куба внутренние узлы, здесь, не вводились. При неограниченном росте числа узлов получающиеся ряды равномерно сходятся на замкнутом кубе. При построении фундаментальных многочленов для равноотстоящих граничных и внутренних узлов в квадрате и кубе применялись смешанные интерполяции на основе суперпозиций построенных фундаментальных функций для граничных узлов и корректирующих их многомерных конечных рядов Фурье. В результате привлечения оператора Гельмгольца сконструированы фундаментальные функции, имеющие канонические типы изменения: плавный, затухающий и колебательный. Построенные фундаментальные многочлены использованы при формировании неалгебраических совместных изопараметрических криволинейных конечных элементов с произвольным числом узлов (макроэлементов) и с разномасштабным представлением полевых функций (в соответствии с типом их изменяемости) для решения задач механики деформируемого твердого тела методом конечных элементов (МКЭ). В результате реализуются функциональные возможности метода граничных элементов, бессеточных и спектральных методов в рамках МКЭ и его унифицированного математического обеспечения. Обсуждается пример решения жесткой конечно-элементной задачи: изгиб тонкой пластины Рейсснера-Миндлина. Построен новый конечный элемент Кирхгофа-Рейсснера-Миндлина, свободный от сдвигового запирания и нулевых энергетических мод.