# 1 Описание движения сплошной среды.

**Темы семинара:** Размеры и массы молекул, обоснование гипотезы сплошности, элементарный объем. Лагранжево описание сплошной среды. Поле скоростей и ускорений. Траектории. Эйлеров подход к описанию движения. Эквивалентность подходов. Линии тока.

**Задачи:**

1. Для простого сдвига найти поле скоростей и ускроений, определить траектории частиц:
$$x_1 = \xi_1 + b(t)\xi_2, \quad x_2 = \xi_2, \quad x_3 = \xi_3$$

2. То же для следующего движения сплошной среды. Выполняется ли условие однозначности?
$$x_1 = \xi_1 + \xi_2(e^{-t/\tau} - 1), \quad x_2 = \xi_2 + \xi_1(e^{-t/\tau} - 1), \quad x_3 = \xi_3, \tau = \text{const} > 0.$$
Что будет при $\tau < 0$.

3. В предыдущих задачах найи эйлерово описание движение

4. Дано поле скоростей, определить закон движения частиц:
   (a) $v_i = \frac{Q(t)}{2\pi}\frac{x_i}{r^2}$, $i = 1, 2$, $v_3 = 0$, $r^2 = x_1^2 + x_2^2$, $Q(t) > 0$;
   (b) $v_i = \frac{Q(t)}{4\pi}\frac{x_i}{R^3}$, $i = 1, 2, 3$, $R^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, $Q(t) > 0$;
   (c) $v_1 = -Ax_1$, $v_2 = Bx_2$, $v_3 = 0$, $A, B = \text{const} > 0$

5. Для поля скоростей $v_1 = -Ax_1$, $v_2 = Bx_2$, $v_3 = 0$, $A, B = \text{const} > 0$ определить вид линий тока. Сопадают ли линии тока и траектории, если $A$, $B$ — фнукции времени.

**Домашнее задание:**

1. Можно ли считать движением сплошной среды и выбрать подходящий размер элементарного объема в следующих ситуациях:
   (a) пересыпание песка в песочных часах
   (b) движение теннисистов по корту
   (c) движение пассажиров по переходу метро

2. Движение среды происходит по закону:
$$x_1 = \xi_1\left(1 + \frac{t}{\tau}\right), \; x_2 = \xi_2\left(1 + 2\frac{t}{\tau}\right), x_1 = \xi_1\left(1 + \frac{t^2}{\tau^2}\right), \; \tau = \text{const}$$
   а) Определите поля скоростей и ускорений в лагранжевом и эйлеровом описании.

   б) Где при $t = 3\tau$ будет находиться точка, которая при $t = \tau$ находилась в точке с координатами $(a, b, c)$?

   в) Определите вид траекторий частиц.

3. Определите картину линий тока и траекторий, если движение среды происходит с полем скорости
$$a) \quad v_1 = -\omega x_2, \; v_2 = \omega x_1, \; v_3 = u, \; \omega, u = \text{const}$$
$$b) \quad v_1 = -Ax_2, \; v_2 = Bx_1, \; v_3 = 0, \; A, B = \text{const} > 0$$
$$a) \quad v_1 = -V\sin\omega t, \; v_2 = V\cos\omega t, \; v_3 = 0, \; \omega = \text{const}$$