

На правах рукописи



АЛЕКСЮК Андрей Игоревич

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОТРЫВНЫХ ОБТЕКАНИЙ ТЕЛ  
МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ  
НАВЬЕ-СТОКСА**

*Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы*

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2013

Работа выполнена на кафедре аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета ФГОУ ВПО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».

Научный руководитель: В.Я. Шкадов, доктор физико-математических наук, профессор

Научный консультант: В.П. Шкадова, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник

Официальные оппоненты: А.М. Гайфуллин, доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник ФГУП «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского»

В.Н. Варапаев, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет»

Ведущая организация: ФГБУН Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН

Защита состоится 24 мая 2013 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.89 при Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, расположенном по адресу: 119991, Москва, Ленинские горы, Главное здание МГУ, механико-математический факультет, ауд. 16-10.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
д.ф.-м.н.



А.Н. Осипцов

# 1. Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** Актуальность работы обусловлена тем, что течения с образованием отрыва потока от поверхности тела и появляющиеся при этом физические явления, рассматриваемые в диссертации, встречаются во многих практически важных задачах аэрогидродинамики. Такие течения сопровождаются развитием на теле отрывных зон, которые в результате гидродинамической неустойчивости могут срывать в поток, образуя сложные нестационарные вихревые структуры. Возникающие при этом различного рода гидродинамические эффекты, такие как “захват частоты” при взаимодействии собственных и наложенных колебаний, вызывают резкие изменения положений зон отрыва и структуры вихревых систем при достижении определенных значений внешних воздействий. Подобные явления могут оказывать существенное влияние на нестационарные аэродинамические нагрузки, что необходимо учитывать в промышленной аэродинамике, например, при строительстве и эксплуатации наземных и подводных сооружений, газо-нефтепроводов и др. Актуальными также являются задачи управления поведением нестационарных вихревых структур, возникающих при отрывных течениях, путем внесения в поток внешних воздействий (например, с целью погашения вихревого следа или снижения интенсивности тех или иных гидродинамических эффектов).

Интерес к изучению отрывных течений отражается в многочисленных публикациях по этой теме в мировом научном сообществе.

Для исследования отрывных течений в данной работе применяются методы численного решения полных уравнений Навье–Стокса, что позволяет учитывать целый ряд сложных явлений, характерных для рассматриваемых задач, и при этом опираться на фундаментальные законы аэрогидромеханики. Разработка эффективных масштабируемых параллельных алгоритмов численного решения уравнений Навье–Стокса и методов, позволяющих проводить качественный анализ возникающих явлений, становятся важнейшими направлениями при исследовании отрывных течений.

**Основные цели работы.** Основными целями диссертационной работы являются:

1) углубленное изучение механизмов проявления аэрогидродинамических явлений, возникающих при отрывных обтеканиях цилиндрических тел вязким потоком жидкости (газа), таких как зарождение, развитие и затухание дорожки Кармана, появление вторичной вихревой дорожки; исследование влияния на процессы отрыва и перестройки в следе внешних воздействий (вращение тела, вращательные и поступательные колебания, изменение формы, внесение в поток второго тела или экрана); исследование гидродинамической неустойчивости нестационарных саморазвивающихся структур, форми-

рующихся в отрывном потоке; изучение гидродинамических эффектов, обусловленных взаимодействием собственных и вынужденных колебаний;

2) разработка эффективных и надежных алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса, описывающих течения вязких жидкостей (газов) для многосвязных областей и методов анализа изучаемых физических явлений, которые в совокупности можно рассматривать как многофункциональный инструмент, позволяющий проводить как фундаментальные, так и практически важные прикладные исследования широкого спектра задач.

**Достоверность результатов.** Результаты расчетов, представленные в диссертации, получены с помощью обоснованных классических математических моделей и численных процедур, которые тестировались не только в рамках данной диссертации, но и в исследованиях, проводимых другими авторами. Показано хорошее соответствие результатов настоящей работы экспериментальным данным и расчетам других авторов. Проведение расчетов двумя различными специально разработанными численными методами позволило осуществить дополнительный внутренний контроль точности решений.

**Научная новизна.** В работе получены следующие новые результаты, выносимые на защиту.

- На основе численного решения полных уравнений Навье–Стокса проведен детальный анализ процессов перестройки, происходящих в дальнем следе, и на основе теории гидродинамической устойчивости описаны причины, вызывающие эти процессы. Изучено влияние различных способов внешнего воздействия на эти процессы.
- Показано, что наглядное представление течения на основе симметричной и кососимметричной частей для задачи обтекания цилиндра позволяет ввести понятие зоны вихреобразования для нестационарного обтекания, описать механизмы вихреобразования и развитие вихревого следа.
- Установлена связь ранее обнаруженных бифуркаций со свойствами отрывной зоны основного течения.
- Обнаружено, что при фиксированной амплитуде вращательных колебаний, начиная с некоторой частоты  $F_R$ , в спектре осцилляций коэффициента подъемной силы  $C_Y$  доминирует частота вынужденных колебаний. Показано, что существует диапазон частот вынужденных колебаний ( $3, 8St_0 \leq F_R \leq 6, 2St_0$ ), при котором картины течения в дальнем следе практически не меняются.
- Разработаны алгоритмы численного решения уравнений Навье–Стокса, записанных для функций давление–скорость–температура и описывающих двумерные течения вязких газов, объединяющие в себе следующие

особенности: используется противопоточный метод Петрова-Галеркина; задачи решаются на неструктурированных сетках, которые автоматически строятся для сложных многосвязных областей и учитывают особенности геометрии расчетной области; во время расчета применяется метод адаптации сетки, позволяющий существенно повысить эффективность расчета; построены параллельные реализации алгоритмов расчета для суперкомпьютеров “Ломоносов” и “Чебышев”; заложена возможность учета сжимаемости и расчета тепловых процессов.

- Построена новая реализация метода решения уравнений Навье–Стокса, записанных для функции тока и завихренности, впервые примененного в работе *В.П. Шкадова, 1982, МЖГ, №1, С. 16–21*, на базе которой разработан и верифицирован экономичный метод расчета дальнего следа путем продолжения решения вниз по потоку.

**Практическая значимость.** Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы

- при разработке и тестировании методов моделирования течений вязкой жидкости (газа), планировании экспериментов, в учебном процессе;
- в области промышленного строительства и эксплуатации сооружений — при расчете ветровых нагрузок для высотных сооружений, при проектировании опор мостов, вышек и других конструкций, при расчете аэродинамических нагрузок на наводные и подводные участки нефтепроводов и газопроводов, в задачах погружения тел цилиндрической формы в воду и многих других подобных задачах (например, для якорных систем, удерживающих плавающие объекты).

Созданные в процессе работы над диссертацией алгоритмы и методы расчета вязких сжимаемых течений для многосвязных областей на основе численного решения полных уравнений Навье–Стокса, а также реализованные методы анализа гидродинамической устойчивости и представления течений могут быть применены ко многим сложным и практически важным задачам аэрогидромеханики, связанным с вязкими отрывными течениями. В частности, для решения таких задач, как проектирование многозвенных профилей с высокими несущими свойствами; исследование гистерезисных явлений, возникающих при отрывных обтеканиях тел вязким сжимаемым потоком; исследование аэродинамических нагрузок для тел и конструкций, попадающих в область ближнего или дальнего следа.

**Апробация работы.** Результаты, полученные в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих конференциях: Научная конференция “Ломоносовские чтения”, МГУ им. М.В. Ломоносова, 2007 г., 2008 г., 2009 г.,

2010 г., 2011 г., 2012 г.; Конференция–конкурс молодых ученых Института механики МГУ, 2007 г., 2008 г., 2009 г.; VIII – XII школа-семинар “Модели и методы аэродинамики”, г. Евпатория, 2008 г., 2009 г., 2010 г., 2011 г., 2012 г.; Конференции “У.М.Н.И.К. 2009”, МГУ имени М.В.Ломоносова, 2009 г.; XXI и XXIII, XXIV "Научно-техническая конференция по аэродинамике ЦАГИ, 2010 г., 2012 г., 2013 г.; Международная конференция по прикладной математике и информатике, посвященная 100–летию со дня рождения академика А.А. Дородницына, ВЦ РАН, 2010 г.; Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных “Ломоносов” МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010 г., 2011 г., 2012 г.

Результаты работы докладывалась и обсуждалась на следующих научно–исследовательских семинарах, школах и спецгруппах: семинар кафедры аэромеханики и газовой динамики механико-математического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова под руководством академика РАН Г.Г. Черного, 2010 г., 2011 г.; семинар по механике сплошных сред под руководством академика РАН А.Г. Куликовского, профессора В.П. Карликова, члена–корреспондента РАН О.Э. Мельника, НИИ механики МГУ, 2012 г.; спецгруппа “Суперкомпьютерное моделирование: технологии, инструменты и приложения”, ВМК и НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, 2011 г.; летняя школа “Разработка параллельных приложений для петафлопсных вычислительных систем”, ВМК и НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова, 2011 г.

**Публикации по теме диссертации.** Основные результаты работы изложены в 23 научных публикациях [1–23], из которых 5 — статьи, 1 — отчет и 17 — тезисы докладов. Работы [2, 9] опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК на момент публикации. Во всех работах автору принадлежит участие в постановке задачи, разработка алгоритмов решения, численное моделирование и анализ результатов. Все положения, выносимые на защиту, получены лично соискателем.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, восьми глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 170 страниц, включая 74 рисунка и 6 таблиц. Библиография включает 245 наименований на 28 страницах.

## 2. Содержание работы

Во **Введении** описана предметная область исследований, сформулирована цель диссертации, обоснована научная новизна, подтверждена актуальность и практическая значимость работы.

В **Главе 1** представлен обзор литературы, который включает основные достижения, полученные в исследуемой области, начиная с эксперименталь-

ных работ *Strouhal V.*, 1878 по изучению колеблющихся струн и *Benard H.*, 1908, в которой впервые наблюдалось периодическое течение за цилиндром с поочередно срывающимися с его поверхности вихрями. Приводятся полученные ранее результаты о режимах течений за цилиндром и их классификации (*Roshko A.*, *Williamson C.H.K.* и др.), сведения, касающиеся гидродинамической устойчивости (*Петров Г.И.*, *Шкадов В.Я.*, *Barkley D.*, *Henderson R.D.* и др.), обзор расчетных и экспериментальных исследований влияния внешних воздействий на отрывные течения (*Шкадов В.Я.*, *Шкадова В.П.*, *Mittal S.*, *Rockwell D.* и др.) и численных методов решения уравнений Навье–Стокса (*Hughes T.J.R.*, *Brooks A.* и др.). Обсуждаются экспериментальные работы по исследованию перестройки течения в дальнем следе (*Taneda S.*, 1959; *Cimbala J.M.*, *Nagib H.M.*, *Roshko A.*, 1988) и работы, в которых приведены результаты расчетов дальнего следа (*Inoue O.*, *Mori M.*, *Hatakeyama N.*, 2003; *Исаев С.А.*, *Гувернюк С.В.*, *Малахова Т.В.*, 2012). В **разделе 1.5** дополнительно представлен статистический анализ публикаций в зарубежных журналах “Journal of Fluid Mechanics” и “Physics of Fluids” с 2000 по 2011 года, отражающий современные тенденции в направлениях и методах исследований в данной области в последнее время.

Отмечено, что несмотря на высокий научный интерес к задачам, рассматриваемым в диссертации, на настоящий момент многие проблемы остаются незатронутыми либо изученными недостаточно подробно. В частности, слабо изучено явление перестройки на вторичную вихревую дорожку, влияние внешних воздействий на структуру течения в следе, процессы развития вихревого следа в целом, взаимодействия вынужденных и собственных частот в потоке. Кроме того, есть задачи, по которым имеется экспериментальный материал, но которые вызывают серьезные трудности при численном моделировании, например, исследования дальнего следа или обтекания цилиндра, совершающего высокочастотные колебания.

В **Главе 2** рассмотрен метод решения уравнений Навье–Стокса на структурированных сетках методом конечных разностей [19], сформулированы постановки краевых задач для следующих течений несжимаемой вязкой жидкости: обтекания неподвижного цилиндра, вращающегося с постоянной скоростью, совершающего вращательные или поступательные колебания, и на примере обтекания цилиндра вблизи экрана с условием проскальзывания на нем показана возможность расширения круга задач, решаемых этим методом, с помощью конформных отображений.

В **разделе 2.7** предложен метод расчета дальнего следа путем многократного продолжения решения вниз по потоку. Процедура построения решения состоит в последовательном решении ряда краевых задач, у которых на входной границе ставятся периодические условия, формируемые из решения

предыдущей краевой задачи. Как показано в **разделе 4.2** данный подход демонстрирует хорошее совпадения с результатами, полученными с помощью метода из **Главы 3**, в котором расчет проводится один раз на всей области.

В **Главе 3** рассмотрен метод решения полных уравнений Навье–Стокса, описывающих двумерные течение вязкого совершенного газа с постоянными теплоемкостями. Метод численного решения основан на противоточном методе Петрова–Галеркина GLS (Galerkin/least-squares) с применением процедуры адаптации на неструктурированных сетках, которая периодически (через фиксированное число шагов по времени) запускается во время счета и на основе анализа градиентов полей переменных локально уплотняет или разрежает сетку.

Полные уравнения Навье–Стокса можно записать для переменных давление–скорость–температура  $Y = \{p, u, v, T\}$  в матричной форме:

$$A_0 \mathbf{Y}_{,t} + A_i \mathbf{Y}_{,i} = (K_{ij} \mathbf{Y}_{,j})_{,i}. \quad (1)$$

Это представление получается из записи уравнений Навье–Стокса в консервативной форме с помощью преобразования  $A_0 = \mathbf{U}_{,Y}$ ,  $A_i = \mathbf{F}_{i,Y}^K$ ,  $K_{ij} \mathbf{Y}_{,j} = \mathbf{F}_i^D$ , здесь  $\mathbf{U}$  — вектор консервативных переменных;  $\mathbf{F}_i^K$ ,  $\mathbf{F}_i^D$  — конвективный и диффузионный потоки в  $i$ -м направлении.

Численный метод решения уравнений (1) опирается на слабую формулировку задачи: найти  $V \in \mathbb{V}$ , такие, что для любого  $W \in \mathbb{W}$  (определение конечно-элементного подпространства  $\mathbb{V} \times \mathbb{W}$  дано в [2])

$$(A_0 \mathbf{Y}_t, \mathbf{W}) + (A_i \mathbf{Y}_{,i}, \mathbf{W}) + (K_{ij} \mathbf{Y}_{,j}, \mathbf{W}_{,i}) - (\mathbf{F}, \mathbf{W}) + \text{GLS}(\mathbf{Y}, \mathbf{W}) - \int_{\partial\Omega} (K_{ij} \mathbf{Y}_{,j}) \cdot \mathbf{W} n_i d\Omega = 0. \quad (2)$$

Здесь в стандартную формулировку метода Галеркина вводится слагаемое  $\text{GLS}(\mathbf{Y}, \mathbf{W})$  (зависящее также от выбора стабилизирующей матрицы  $\tau$ ), но при этом точное решение исходной краевой задачи удовлетворяет уравнениям в слабой форме. Применяемый GLS-метод (*Hughes T.J.R. et al., 1989*) является консервативным и получил развитие в серии статей, где была доказана его устойчивость и сходимости для некоторых частных случаев при определенном выборе стабилизирующей матрицы  $\tau$ .

В **Главе 4** численные методы исследованы на сходимость и точность получаемых результатов. Достоверность результатов обосновывается сопоставлением с экспериментальными данными и расчетами других авторов на примере задач обтекания цилиндра: неподвижного, вращающегося с постоянной скоростью, совершающего поступательные колебания, вблизи подвижно-



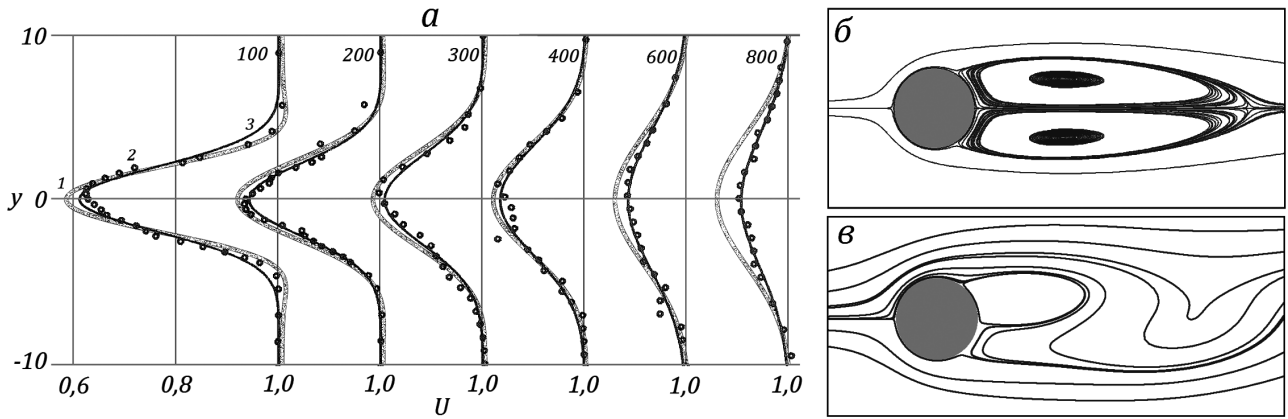


Рис. 1. Осредненные профили скорости  $u$  (а) в сечениях  $x = 100, 200, 300, 400, 600, 800$  при  $Re = 150$  и два решения уравнений Навье–Стокса при  $Re = 50$ : б — неустойчивое стационарное, в — устойчивое нестационарное. 1 — настоящая работа, 2, 3 — экспериментальные данные и профиль Гаусса (Cimbala J.M. et al., 1988).

го экрана, обтекания двух цилиндров разных радиусов. Приведено сравнение результатов, получаемых двумя рассматриваемыми в диссертации методами.

В разделе 4.4 представлен анализ эффективности параллельной реализации алгоритмов, используемых на суперкомпьютерах “Ломоносов” и “Чебышев” при расчете численным методом, описанным в Главе 3. Для рассматриваемой тестовой задачи удается сократить полное время решения приблизительно в 15 – 20 раз. Без учета времени на решение СЛАУ параллельные алгоритмы показали достаточно высокую эффективность (84% на 32 процессорах). При этом, как показано в разделах 3.6 и 4.4, у программы есть потенциал для распараллеливания и оптимизации.

Все результаты диссертации получены в предположении двумерности течения. При числах Рейнольдса  $Re \lesssim 190$  ( $Re = 2\rho_\infty U_\infty L/\mu$ , где  $\rho_\infty$ ,  $U_\infty$  — плотность, скорость в набегающем потоке;  $L$  — характерный размер, для цилиндра — его радиус;  $\mu$  — динамическая вязкость) влияние трехмерности в реальном течении незначительно, что видно из сравнений осредненных профилей скорости при  $Re = 150$  и  $x \leq 800$  с экспериментальными данными Cimbala J.M. et al., 1988 (рис. 1 а). Результаты, полученные при больших числах  $Re$ , могут использоваться при изучении трехмерных течений (в случаях, когда исследуемые явления проявляются в двумерном приближении), реальных двумерных течений тонких пленок (Wen C.-Y. et al., 2001, 2004) и турбулентных двумерных следов (Couder Y. et al. 1986).

В Главе 5 рассмотрена задача обтекания неподвижного кругового цилиндра в диапазоне чисел Рейнольдса  $0 < Re \leq 500$ . Исследованы изменение по времени структуры течения в ближнем следе, поведение особых точек на теле (точки отрыва и присоединения) и в потоке (точки, в которых скорость равна нулю) при нестационарном отрывном обтекании. Получено, что область возвратного течения практически не меняет свою длину на периоде

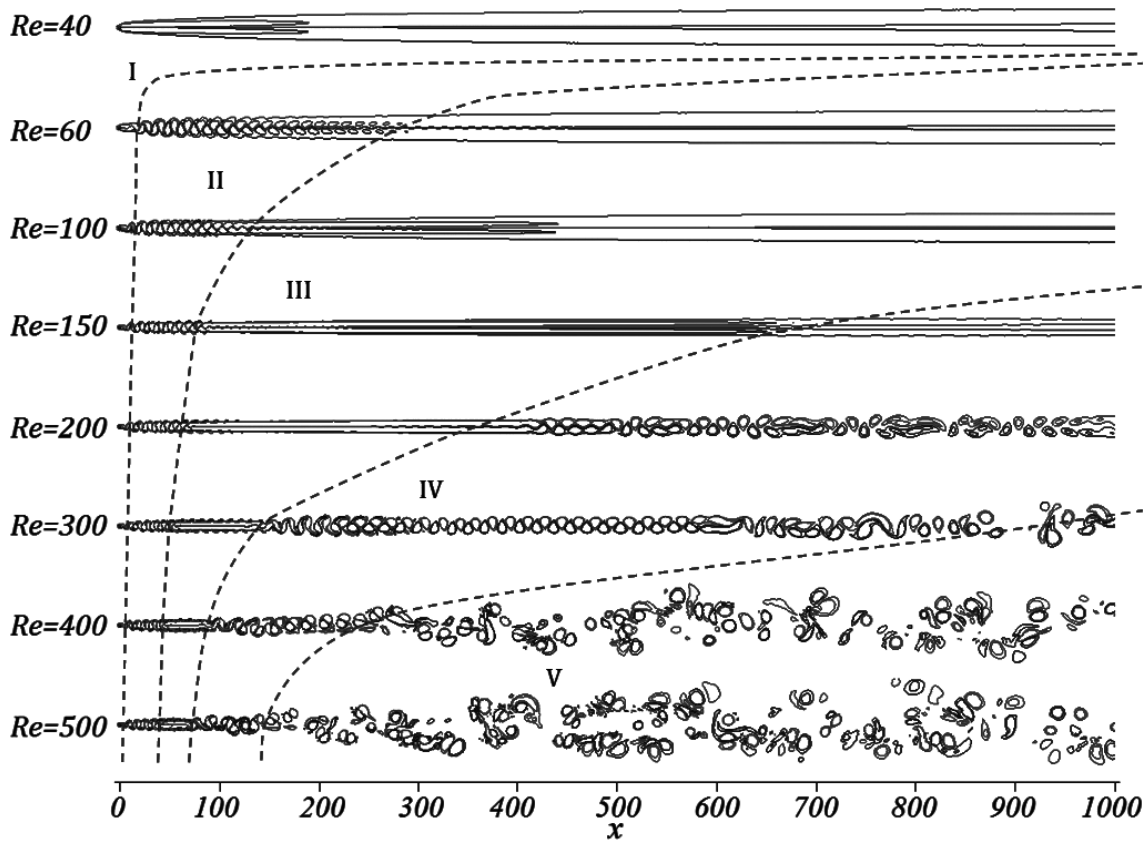


Рис. 2. Поля завихренности и характерные зоны вихревого следа за круговым цилиндром при  $Re = 40 \div 500$ .

( $L_v \approx 2d$  при  $Re = 100$ ) и определяет расстояние, на котором исчезают особые точки в потоке; осредненное на периоде положение точки отрыва при  $Re \geq 100$  составляет  $\theta \approx 116 \div 120^\circ$  ( $\theta$  — угловая координата, отсчитываемая от лобовой точки цилиндра по часовой стрелке), при этом амплитуда осцилляций возрастает с ростом числа  $Re$  и достигает значения  $\sim 20^\circ$  при  $Re = 500$ . При числах  $Re > 200$  на цилиндре образуется дополнительная малая рециркуляционная зона, которая периодически сливается с основной.

При превышении числом Рейнольдса бифуркационного значения  $Re_{II} \approx 49$  краевой задаче начинают удовлетворять два решения: симметричное по полю скоростей  $u(x, y, t)$  неустойчивое течение (рис. 1 б) и реализуемое несимметричное течение (рис. 1 в) — периодический след, в который поступает завихренная масса жидкости, попеременно отрывающаяся от верхней и нижней поверхности цилиндра. Для детального изучения зоны вихреобразования использовалось представление потока в виде взаимодействующих кососимметричного  $\psi^H$  и симметричного  $\psi^C$  полей течения. Показано, что при нестационарном течении в поле  $\psi^H$  по-прежнему существует явно выраженная отрывная зона подобно случаю стационарного течения, кососимметричная составляющая течения  $\psi^C$  определяет вихревую дорожку в следе, а взаимодействие отрывных зон  $\psi^C$  и  $\psi^H$  описывает процесс формирования вихрей. С помощью такого представления построено истолкование экспериментальных

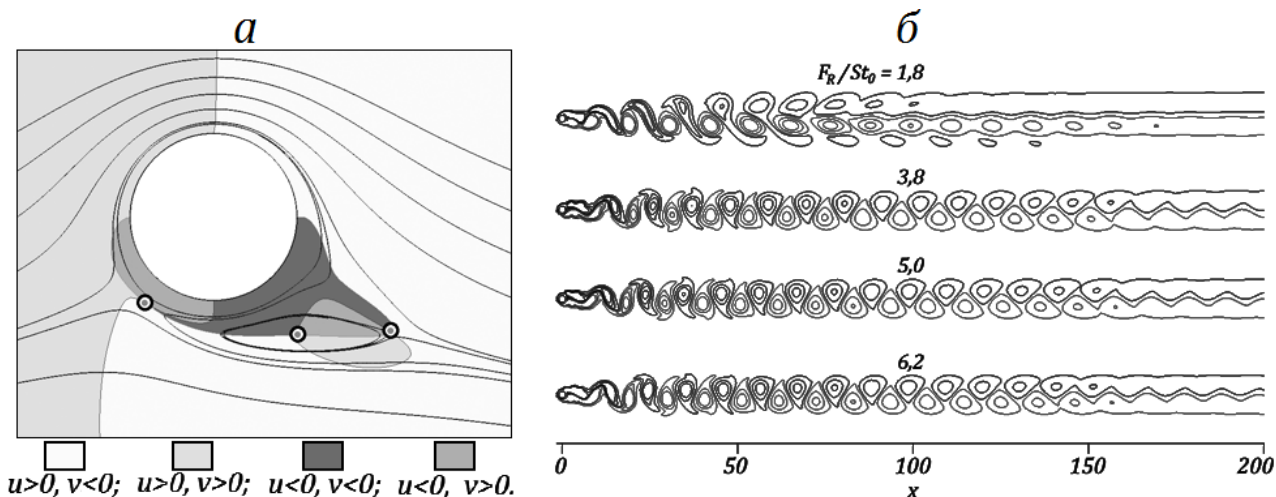


Рис. 3. Линии тока и особые точки при обтекании вращающегося со скоростью  $\varepsilon = 2,5$  цилиндра при  $Re = 200$  (а) и влияние частоты  $F_R$  вращательных колебаний на вихревой след при  $Re = 110$  (б).

данных (*Griffin O.M., 1995*) о зоне вихреобразования: введены координаты присоединенного и первого свободного вихрей, определяющие область вихреобразования, которые согласуются с экспериментальными данными.

Построена схема развития вихревого следа за цилиндром, обтекаемым вязкой жидкостью, при числах  $Re \leq 500$ . Показано, что можно выделить следующие характерные области, которые формируются в следе (рис. 2): область формирования дорожки (I); дорожка Кармана (II); область перестройки (III), которая включает в себя подобласть разрушения дорожки Кармана (III<sub>1</sub>), подобласть “тишины” (III<sub>2</sub>) и подобласть зарождения вторичной вихревой дорожки (III<sub>3</sub>); вторичная вихревая дорожка (IV); область хаотичного следа (V).

На основании данных о завихренности в следе при различных числах  $Re$  получено, что с увеличением числа  $Re$  интенсивность вихревой системы в следе возрастает, более интенсивная вихревая система вызывает более раннее разрушение дорожки Кармана и более ранний переход на вторичную вихревую дорожку, размеры вихрей уменьшаются, а расстояние между ними убывает.

В **Главе 6** представлены результаты по четырем задачам: обтекание цилиндра, вращающегося с постоянной скоростью, совершающего вращательные, поступательные колебания и обтекание цилиндра вблизи подвижного экрана.

Детально рассмотрен режим обтекания цилиндра, при котором течение становится стационарным за счет вращения цилиндра с постоянной скоростью. В этом случае отрывное течение имеет особый характер: точки отрыва сносятся в поток, при этом рециркуляционная зона “зависает” в ближнем следе и удерживается в своем положении благодаря воздействию слоя жид-

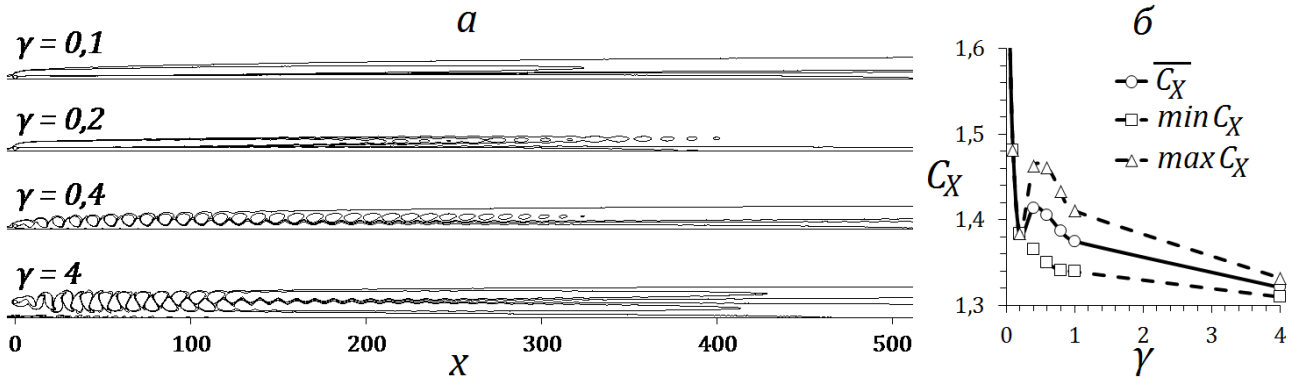


Рис. 4. Дальний след (а) и коэффициент сопротивления  $C_X$  (б) для задачи обтекания цилиндра вблизи подвижного экрана при  $Re = 100$ .

кости, примыкающего к цилиндру и вращающегося вместе с ним (рис. 3 а). В окрестности этого слоя профили скорости могут иметь два экстремума, а жидкость в нем при  $\theta > 90^\circ$  начинает замедляться, что вызывает расширение слоя в подветренной части цилиндра.

Для задачи обтекания цилиндра, совершающего вращательные колебания с частотой  $F_R$ , изучался вопрос доминирования частоты вынужденных колебаний в спектре осцилляций  $C_Y$ . Получено, что при  $F_R \gtrsim 3St_0$  доминирующей становится частота  $F_R$  ( $St_0$  — число Струхала  $St$  для неподвижного цилиндра,  $St = 2L/(U_\infty T)$ , где  $\nu$  — кинематическая вязкость,  $T$  — период вихреобразования). Изучено влияние частоты вынужденных колебаний на структуру вихревого следа (рис. 3 б): получены режимы с несимметричной дорожкой; показано, что при  $3,8St_0 \leq F_R \leq 6,2St_0$  влияние вынужденных колебаний распространяется только на область вихреобразования, а область вихревой дорожки практически не меняется. Также показана возможность подавить дорожку в ближнем следе за счет высокочастотных колебаний.

Получены данные, касающиеся изменения положения точек отрыва и интегральных характеристик при продольных и поперечных колебаниях цилиндра. В частности, обнаружено, что при частоте поперечных колебаний равной  $St_0$  существует интервал амплитуд  $a_Y$ , в котором значение  $\Delta C_Y$  вдвое меньше чем для неподвижного цилиндра. Показано, что положение точек отрыва линейно зависит от  $a_Y$  и их смещение на полупериоде может быть существенным. Так, например, при  $a_Y = 0,8$  это смещение составляет  $70^\circ$ .

При обтекании цилиндра вблизи экрана, движущегося со скоростью набегающего потока, исследовано явление возникновения пограничного слоя на экране и его влияние на интегральные характеристики и структуру течения в следе. Получено, что в результате взаимодействия экрана и дорожки Кармана на нем образуются отрывные области. Показано, что появление локального максимума в коэффициенте сопротивления  $C_X$  при  $\gamma \approx 0,4$  (рис. 4 б) связано с перестройкой вихревой системы в результате изменения характера взаимо-

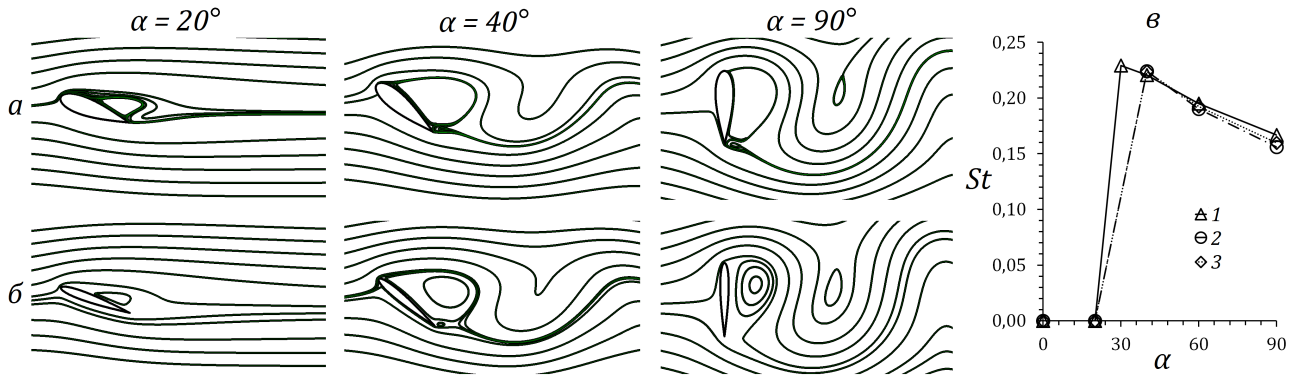


Рис. 5. Ближний след при обтекании профилей Чаплыгина с  $\bar{c} \approx 0,24$  (а) и  $\bar{c} \approx 0,12$  (б) при  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $90^\circ$  и зависимость  $St(\alpha)$  (в) при  $Re = 100$ : 1, 2 — профили Чаплыгина ( $\bar{c} \approx 0,24$ ,  $\bar{c} \approx 0,12$ ); 3 — эллиптический цилиндр с  $a_2/a_1 = 0,1$  при  $Re = 100$ .

действия пограничных слоев на экране и цилиндре ( $\gamma$  — расстояние между экраном и цилиндром, отнесенное к его диаметру). Представлены данные, касающиеся дальнего следа и показано, что при  $\gamma \approx 0,2$ , несмотря на отсутствие вихревой дорожки в ближнем следе, в результате развития неустойчивости течения дорожка образуется дальше вниз по потоку (рис. 4 а).

В Главе 7 рассмотрены задачи обтекания эллиптического цилиндра с различными отношениями полуосей  $a_2/a_1$  ( $a_1$  — бóльшая полуось) и двух профилей Чаплыгина (с относительными толщинами  $\bar{c} \approx 0,24$  и  $\bar{c} \approx 0,12$ ) под углами атаки  $\alpha = 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ . Для рассматриваемых тел при относительных толщинах до 0,6 и нулевом угле атаки, а также при малых углах атаки их обтекание при  $Re = 100$  является стационарным.

Исследовано развитие отрывных течений для задач обтекания профиля и эллиптического цилиндра при изменении их относительной толщины и угла атаки (рис. 5 а, б). Показано, что переход на нестационарный режим сопровождается резким скачком числа  $St$ , которое убывает с ростом толщины или угла атаки обтекаемого тела (рис. 5 в). Получено, что при нестационарном обтекании среднее значение сопротивления при одинаковых углах атаки больше у тонкого профиля.

В Главе 8 с позиции теории гидродинамической неустойчивости обсуждаются численные результаты, касающиеся автоколебательных режимов обтекания цилиндра. Проведено исследование связи между процессами перестройки в следе и гидродинамической неустойчивостью на основе изучения взаимодействия основного поля скоростей с дополнительным полем и анализа осредненного течения с помощью уравнений Релея и Орра-Зоммерфельда.

В разделе 8.1 показано, что числа  $Re$ , характеризующие границы различных режимов поведения отрывной зоны в течении  $\psi^H$  (рис. 6), можно связать с соответствующими бифуркациями в потоке: двумерной при  $Re = 49$  и двумя трехмерными при  $Re = 190$  и  $260$ .



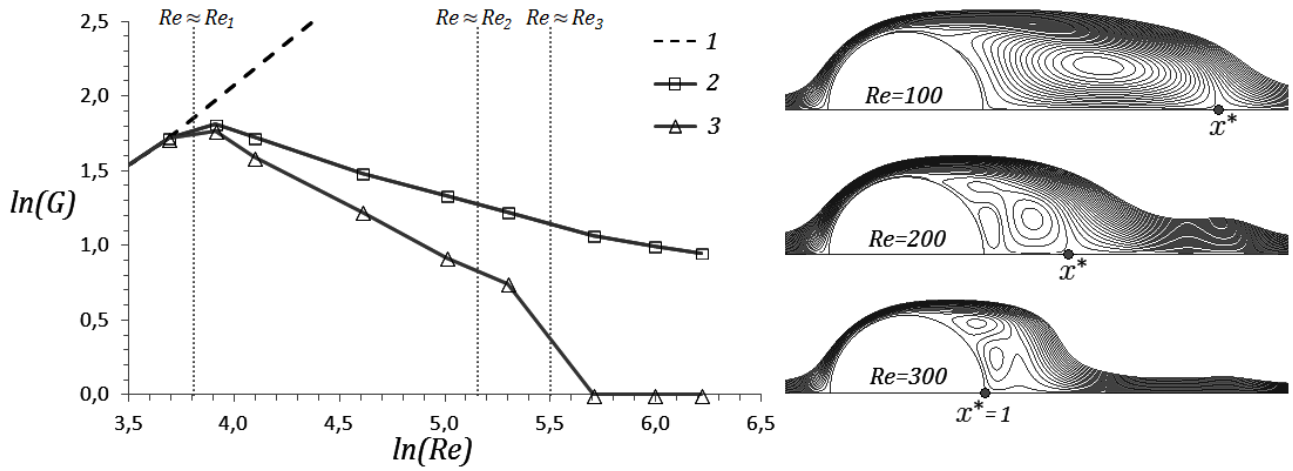


Рис. 6. Бифуркации автоколебательных режимов. 1 — неустойчивый (нереализуемый) стационарный симметричный режим,  $G = x^*$ , где  $x^*$  — абсцисса точки замыкания зоны отрыва для течения  $\psi^H$ ; 2 —  $G = x^*_{max}$  — максимальное значение  $x^*$  на периоде колебаний; 3 —  $G = x^*_{min}$  — минимальное значение  $x^*$  на периоде колебаний.

В разделе 8.2 с помощью линейной теории устойчивости с учетом влияния вязкости, в предположении локальной параллельности течения, исследуется на устойчивость осредненное течение. Показано, что такой подход, не только качественно описывает процессы, происходящие в следе, но и позволяет довольно точно предсказывать значение частоты вторичной вихревой дорожки. В результате анализа коэффициентов усиления  $\alpha c_i$  для двух мод (симметричной и кососимметричной) и частот, предсказываемых теорией устойчивости по возмущениям  $\psi^c$  получено, что для всех рассматриваемых  $x$  и чисел  $Re$  наиболее опасными (с большим коэффициентом усиления  $\alpha c_i$ ) и быстрыми (с большим  $\alpha c_r$ ) являются симметричные возмущения (рис. 7).

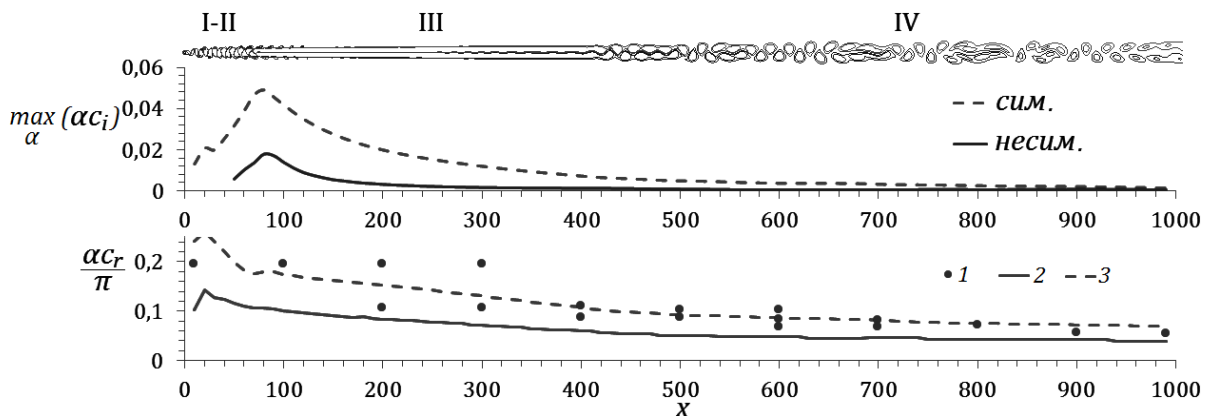


Рис. 7. Поле завихренности; максимальный коэффициент усиления  $\alpha c_i$ ; частоты, предсказываемые теорией устойчивости по возмущениям  $\psi^c$  (2, 3 —  $\frac{\alpha c_r}{\pi}$  при  $\alpha = \arg \max(\alpha c_i)$  и  $\alpha = \max(\alpha c_i)$ ) и частоты, полученные по осцилляциям поперечной составляющей скорости  $v$  на оси  $Ox$  (1) при  $Re = 200$ .

В разделе 8.3 на основе результатов численного решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса и анализа гидродинамической неустойчиво-

сти течения построена модель эволюции вихревого следа, начиная с процесса зарождения дорожки Кармана до сформировавшейся вторичной вихревой дорожки. Показано, что основную роль в процессах развития вихревого следа играет неустойчивость к симметричным возмущениям ( $\psi^c$ ).

В **Заключении** к диссертации подведены итоги работы и сформулированы основные результаты и выводы.

### 3. Основные результаты и выводы

1. Реализованы два подхода численного решения уравнений Навье–Стокса. Первый подход основан на методе конечных разностей на структурированных сетках для течений вязких жидкостей. Предложена модификация этого метода для расчета дальнего следа, основанная на многократном продолжении решения вниз по потоку. Во втором подходе применяется противопоточный метод конечных элементов на неструктурированных адаптивных сетках для течений вязких газов.

Построены параллельные реализации алгоритмов расчета для суперкомпьютеров “Ломоносов” и “Чебышев”. Достоверность результатов обоснована сопоставлением с экспериментальными данными и расчетами других авторов.

2. Проведено детальное исследование процессов зарождения и развития вихревого следа при отрывном обтекании цилиндрических тел потоком вязкой жидкости (газа) в диапазоне  $0 < Re \leq 500$ . Показано, что при дозвуковом ( $M = 0, 1$ ) обтекании можно выделить следующие характерные области вихревого следа: область формирования дорожки, дорожка Кармана, область разрушения дорожки Кармана, область “тишины”, область зарождения вторичной вихревой дорожки, вторичная вихревая дорожка, область хаотичного следа. Оценены размеры каждой из этих зон в зависимости от числа  $Re$ .

Показано, что длина области возвратного течения практически не меняет своих размеров на периоде. Установлено, что процесс образования периодически отрывающейся рециркуляционной зоны при  $Re > 200$  сопровождается образованием дополнительной малой рециркуляционной зоны на поверхности цилиндра, которая сливается с основной.

3. Построена связь задачи обтекания с задачей гидродинамической устойчивости с помощью представления течения в виде суммы симметричной и кососимметричной составляющих. Истолкована динамика зарождения, развития и отрыва вихревых структур в ближнем следе. На основе анализа гидродинамической неустойчивости течения и ее влияния на процессы

перестройки построена модель эволюции вихревого следа, которая происходит в протяженной области длиной до 1000 характерных размеров тела. Обнаружено наличие связи переходных процессов в основном течении в зависимости от числа  $Re$  с развитием различных мод гидродинамической неустойчивости.

4. Исследованы течения в усложненных условиях, связанных с созданием дополнительных возмущений в потоке, а также обтекания цилиндрических тел не круговой формы (крыловых профилей Чаплыгина и эллиптических цилиндров). Определено влияние параметров, задающих течение, на его характеристики и структуру в широком диапазоне их изменения. Получены режимы, при которых вихревой дорожки в следе не образуется; отсутствует только вторичная вихревая дорожка; вторичная дорожка наблюдается, но вихревая дорожка в ближнем следе подавлена; вихревая дорожка состоит из одного или трех рядов вихрей. Обнаружена существенная зависимость расстояния, на котором происходит перестройка вихревого следа, от управляющих параметров. Установлено, что при вращательных колебаниях цилиндра существует диапазон частот колебаний, при котором вынужденная частота в следе быстро исчезает, и картины течения вне области вихреобразования практически не меняются. Получено, что в результате взаимодействия вихревой дорожки и экрана на нем образуются отрывные области.

#### 4. Список публикаций

1. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Влияние формы обтекаемого тела, наличия экрана и внешних воздействий на процессы развития вихревого следа // Материалы XXIV Научно–технической конференции по аэродинамике. ЦАГИ, 28 февраля – 1 марта. 2013. С. 27.
2. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Возникновение, развитие и затухание вихревой дорожки в следе за обтекаемым телом // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2012. № 3. С. 24–32.
3. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. О процессах перестроек вихревого следа, вызываемых гидродинамической неустойчивостью // Материалы XXIII Научно–технической конференции по аэродинамике. ЦАГИ, 1–2 марта. 2012. С. 16–17.
4. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. О роли гидродинамической неустойчивости в процессах перестройки дальнего следа // Материалы 12-й международной школы-семинара “Модели и методы аэродинамики”, Евпатория, 2012 г. М.: МЦНМО. 2012. С. 13–14.



5. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. О роли гидродинамической неустойчивости в процессах перестройки следа за обтекаемым телом // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Изд. Моск. ун-та. 2012. С. 17–18.
6. Алексюк А.И. Гидродинамическая неустойчивость и процессы перестройки вихревого следа // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2012”. 2012. URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2012/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2012/index.htm).
7. Шкадов В.Я., Алексюк А.И., Шкадова В.П. Возникновение, развитие и затухание вихревых структур в дальнем аэродинамическом следе // Материалы 11-й международной школы-семинара “Модели и методы аэродинамики”, Евпатория, 2011 г. М.: МЦНМО. 2011. С. 180–181.
8. Алексюк А.И. Дальний след за телом в вязком потоке // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2011”. 2011. URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2011/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2011/index.htm).
9. **Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Гидродинамическая неустойчивость отрывного обтекания кругового цилиндра вязкой жидкостью // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1, Математика. Механика. 2010. № 5. С. 51–57.**
10. Алексюк А.И. Численное моделирование гидродинамических эффектов, возникающих при обтекании тел потоком вязкой жидкости // Материалы Международного молодежного научного форума “Ломоносов-2010”. 2010. URL: [http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov\\_2010/index.htm](http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2010/index.htm).
11. Шкадов В.Я., Алексюк А.И., Шкадова В.П. Эффекты гидродинамической неустойчивости в следах за обтекаемым телом // Материалы 10-й международной школы-семинара “Модели и методы аэродинамики”, Евпатория, 2010 г. М.: МЦНМО. 2010. С. 182–183.
12. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Гидродинамическая неустойчивость и вихреобразование при обтекании кругового цилиндра вязкой жидкостью // Материалы XXI Научно–технической конференции по аэродинамике. ЦАГИ, 25–26 февраля. 2010. С. 16.
13. Шкадов В.Я., Алексюк А.И., Шкадова В.П. Численное решение уравнений Навье–Стокса для задачи обтекания тел вязкой жидкостью // Международная конференция по прикладной математике и информатике, посвященная 100-летию со дня рождения академика А.А. Дородницына. ВЦ РАН, 7-11 декабря. 2010. С. 160–162.

14. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Взаимодействия собственных и вынужденных колебаний при обтекании цилиндра вязкой жидкостью // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Изд. Моск. ун-та. 2010. С. 21.
15. Алексюк А.И., Кулаго А.Е., Шкадова В.П. Расчет обтекания цилиндра вязкой несжимаемой жидкостью в присутствии экрана, в процессах пищевых производств // Труды ИЭФ. 2009. № 6. С. 5–11.
16. Шкадов В.Я., Шкадова В.П., Алексюк А.И. Отрывное обтекание цилиндра вязкой жидкостью как задача гидродинамической устойчивости // Материалы 9-й международной школы-семинара “Модели и методы аэродинамики”, Евпатория, 2009 г. М.: МЦНМО. 2009. С. 172–173.
17. Алексюк А.И. Эффект захвата частоты для цилиндра, совершающего вращательные колебания в потоке вязкой жидкости // Труды конференции–конкурса молодых ученых 8–10 октября 2008г. Изд. Моск. ун-та. 2009. С. 47–53.
18. Шкадова В.П., Алексюк А.И., Шкадов В.Я. Гидродинамическая неустойчивость потока вязкой жидкости и формирование вихревого следа за круговым цилиндром // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Изд. Моск. ун-та. 2009. С. 156–157.
19. Шкадова В.П., Шкадов В.Я., Алексюк А.И. Численное решение уравнений Навье–Стокса для нестационарного отрывного обтекания // Отчет Института механики МГУ. 2008. № 4969. С. 1–95.
20. Алексюк А.И., Шкадова В.П., Шкадов В.Я. Исследование нестационарных отрывных обтеканий цилиндров методом численного решения уравнений Навье–Стокса // Материалы 8-й международной школы-семинара “Модели и методы аэродинамики”, Евпатория, 2008 г. М.: МЦНМО. 2008. С. 9–10.
21. Алексюк А.И. Вращающийся цилиндр в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Труды конференции–конкурса молодых ученых 10–12 октября 2007г. Изд. Моск. ун-та. 2008. С. 67–75.
22. Алексюк А.И., Шкадова В.П. Влияние внешних воздействий на отрывное обтекание цилиндра вязкой жидкостью // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Изд. Моск. ун-та. 2008. С. 19–20.
23. Алексюк А.И., Шкадова В.П. О структуре вязкого несжимаемого потока вблизи вращающегося кругового цилиндра // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Изд. Моск. ун-та. 2007. С. 21.

Подписано в печать: 10.04.2013  
Объем 1,0 п.л  
Тираж 100 экз. Заказ № 64  
Отпечатано в типографии «Реглет»  
119606, г. Москва, пр-т Вернадского, д. 39  
(495) 363-78-90; [www.reglet.ru](http://www.reglet.ru)