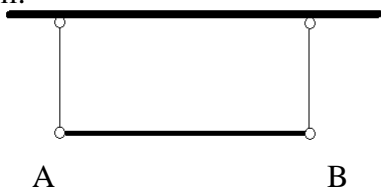


Вариант 1.1

1. Вычислите  $\frac{d}{dy} \sin \left( \int_y^{\ln y} \frac{y ds}{\sqrt{1-s^2}} \right)$
2. Дано дифференциальное уравнение  $\ddot{x} - \sin x = 0$  с начальными условиями  $x(0) = \pi/2$ ;  $\dot{x}(0) = 0$ . При каких значениях  $x$  величина  $\dot{x}$  примет значение равное  $\sqrt{2}$ .
3. Известно, что  $x^2 + 4y^2 = 9$ . Найдите максимальное значение величины  $p = x + 2y$ .
4. Однородный стержень **AB** массой  $m$  расположен горизонтально и подвешен к потолку посредством двух вертикальных нерастяжимых нитей, прикрепленных к концам стержня в точках **A** и **B**. Найдите натяжение одной из нитей в момент обрыва другой.



5. Дана бесконечная струна, колебания которой описываются уравнением  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ,  $-\infty < x < \infty$ ,  $t \geq 0$ . При  $t = 0$  выполнено соотношение  $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$ , а зависимость

$u(x, 0)$  имеет вид

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ x + 1 & -1 \leq x < 0 \\ -x + 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

Какую форму будет иметь струна при  $t = 0.5$ ? Ответ обосновать.

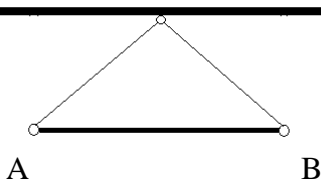
Вариант 1.2

1. Вычислите  $\frac{d}{dz} \ln \left( \int_1^{\sqrt{\cos^2 z - 1}} \frac{s \operatorname{tg} z}{\sqrt{s^2 - 1}} ds \right)$

2. Дано дифференциальное уравнение  $\ddot{x} - e^x = 0$  с начальными условиями  $x(0) = 1$ ;  $\dot{x}(0) = 0$ . При каких значениях  $\dot{x}$  величина  $x$  примет значение равное  $\sqrt{e}$ .

3. Известно, что  $x^2 + 9y^2 = 4$ . Найдите минимальное значение величины  $q = 2x + y$ .

4. Однородный стержень **AB** массой  $m$  расположен горизонтально и подвешен к потолку посредством двух нерастяжимых нитей, прикрепленных к концам стержня в точках **A** и **B** как показано на рисунке. Длина нитей равна длине стержня, Найдите натяжение одной из нитей в момент обрыва другой.



5. Дана бесконечная струна, колебания которой описываются уравнением  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ,

$-\infty < x < \infty$ ,  $t \geq 0$ . Начальные условия имеют вид  $\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0$  и

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ -x - 1 & -1 \leq x < 0 \\ x - 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$

Какую форму будет иметь струна при  $t = 1$ ? Ответ обосновать.