

ПРОГРАММА ПО АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

1. Линейные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Подпространства. Линейные оболочки. Базисы и размерность. Координаты.
2. Понятие билинейной функции на линейном пространстве. Симметричные билинейные функции. Неравенство Коши–Буняковского. Скалярное произведение, ортогональность, углы между векторами. Евклидово пространство. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
3. Линейные отображения линейных пространств. Ядро линейного отображения. Прямая сумма линейных подпространств, проекторы. Алгебраическое значение проекции вектора. Линейные функционалы на линейных и евклидовых пространствах.
4. Понятие аффинного пространства. Линейные функционалы и прямые (плоскости) в двумерном (трехмерном) аффинном пространстве. Полуплоскости и полупространства. Реперы. Уравнение прямой на плоскости и плоскости в пространстве. Взаимное расположение двух прямых (плоскостей). Направляющие и нормальные векторы.
5. Преобразование координат, матрица перехода. Отношение одноименности реперов (базисов). Непрерывные деформации реперов. Ориентация n -мерного пространства. Кососимметричные полилинейные функции: определитель, ориентированный объем параллелепипеда.
6. Векторное и смешанное произведение векторов в трехмерном пространстве. Вычисление векторного и смешанного произведений через координаты.
7. Формулы в аффинной системе координат: уравнения прямой на плоскости и в пространстве (по двум точкам, по точке и направляющему вектору), уравнения плоскости (по трем точкам, по точке и двум неколлинеарным векторам, компланарным данной плоскости), направляющий вектор прямой, заданной как пересечение двух плоскостей; пучки прямых и плоскостей; взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве. Формулы в прямоугольной системе координат: расстояние от точки до прямой и плоскости, расстояние между скрещивающимися прямыми, уравнения общего перпендикуляра к двум скрещивающимся прямым, площадь параллелограмма, объем параллелепипеда и тетраэдра.

8. Билинейные симметричные функции на двумерном пространстве. Изменение матрицы билинейной функции и линейного отображения при переходе к новой системе координат. Сопряженные и самосопряженные направления. Главные направления. Характеристический многочлен.
9. Квадратичные функции на плоскости. Кривые второго порядка. Ортогональные инварианты квадратичной функции и кривой второго порядка.
10. Сопряженные диаметры. Асимптотические и особые направления. Главные направления. Центральные точки. Оси симметрии кривых второго порядка. Касательные к кривым второго порядка.
11. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Метрическая и аффинная классификация кривых второго порядка (и их уравнений).
12. График квадратичной функции в пространстве.
13. Поверхности второго порядка. Главные, асимптотические и особые направления. Центральные точки. Разложение характеристического многочлена на линейные множители. Линейчатые поверхности.
14. Метрическая и аффинная классификация поверхностей второго порядка (и их уравнений) в трехмерном пространстве. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду в n -мерном пространстве.
15. Аффинные преобразования. Аналитическое выражение аффинного преобразования. Поведение кривых и поверхностей второго порядка при аффинном преобразовании. Изменение площадей и объемов при аффинном преобразовании. Теорема: взаимнооднозначное отображение множества точек плоскости на себя является аффинным преобразованием тогда и только тогда, когда оно переводит каждую прямую в прямую.
16. Изометрии. Описание изометрических преобразований плоскости и трехмерного пространства.
17. Понятие проективной прямой и проективной плоскости. Координаты на проективной прямой и проективной плоскости. Принцип двойственности. Понятие проективного преобразования. Конические сечения. Построения с помощью линейки.