

В О П Р О С Ы

к коллоквиуму по математическому анализу

для студентов первого курса второго потока

2011-2012 учебный год

Лектор профессор В.А.ЗОРИЧ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Закон движения, перемещение за малое время, вектор мгновенной скорости, траектория и касательная к ней. Определение дифференцируемости функции в точке. Дифференциал, его область определения и область значений. Единственность дифференциала. Производная вещественнозначной функции вещественного переменного и её геометрический смысл. Дифференцируемость функций $\sin x$, $\cos x$, e^x , $\ln |x|$, x^α .

2. Дифференцируемость и арифметические операции. Дифференцирование многочлена, рациональной функции, тангенса и котангенса.

3. Дифференциал композиции функций и обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций.

4. Локальный экстремум функции. Необходимое условие внутреннего экстремума дифференцируемой функции (лемма Ферма).

5. Теорема Ролля. Теоремы Лагранжа и Коши о конечном приращении (о среднем).

6. Формула Тейлора с остаточными членами в формах Коши и Лагранжа.

7. Ряд Тейлора. Тейлоровские разложения функций e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ (бином Ньютона).

8. Локальная формула Тейлора (с остаточным членом в форме Пеано).

9. Взаимосвязь характера монотонности дифференцируемой функции и положительности её производной. Достаточные условия наличия или отсутствия локального экстремума в терминах первой, второй и высших производных.

10. Правило Лопиталья.

11. Выпуклая функция. Дифференциальные условия выпуклости. Расположение графика выпуклой функции по отношению к касательной.

12. Общее неравенство Иенсена для выпуклой функции. Выпуклость (вогнутость) логарифма. Классические неравенства Коши, Юнга, Гёльдера и Минковского.

13. Преобразование Лежандра.

14. Комплексное число в алгебраической и тригонометрической записи. Сходимость последовательности комплексных чисел и ряда с комплексными членами. Критерий Коши. Абсолютная сходимость и достаточные признаки абсолютной сходимости ряда с комплексными членами. Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n$.

15. Круг сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Определение функций e^z , $\cos z$, $\sin z$ ($z \in \mathbb{C}$). Формула Эйлера и взаимосвязь элементарных функций.

16. Начальные представления о численных методах решения уравнений. Корни уравнений и неподвижные точки отображений. Сжимающие отображения и принцип неподвижной точки. Метод касательных (метод Ньютона).

17. Дифференциальные уравнения как математическая модель явления, примеры. Метод неопределенных коэффициентов и метод ломаных Эйлера.

18. Первообразная, основные общие приёмы её отыскания (почленное интегрирование слагаемых, интегрирование по частям, замена переменной). Первообразные основных элементарных функций.